

1. Wstęp - Jakie wyższe wymiary?

Jedną z najbardziej oczywistych i intuicyjnie niepodważalnych właściwości naszego Wszechświata jest jego trójwymiarowość. Dla każdego człowieka naturalną rzeczą jest istnienie trzech wymiarów - długości, szerokości i głębokości. Na przekór temu, w ostatnich latach obserwuje się w fizyce teoretycznej olbrzymią popularność teorii negujących oczywistość trójwymiarowości przestrzeni w której żyjemy przez wprowadzanie dodatkowych wymiarów przestrzennych. Steven Weinberg, współlaureat Nagrody Nobla otrzymanej za sformułowanie teorii oddziaływań elektroslabych, podsumował tę sytuację stwierdzając, że "fizyka teoretyczna upodabnia się coraz bardziej do literatury fantastyczno-naukowej" [1]. Koncepcje te trafiły już "pod strzechy" za sprawą dużej liczby pozycji popularnonaukowych. Poważni fizycy teoretycy piszą w książkach o rzeczach znanych dotąd raczej z filmów science-fiction: podróżach w czasie, tunelach czasoprzestrzennych, hiperprzestrzeni, czyli właśnie o dodatkowych wymiarach.

Nim jednak do tego doszło, ludzkość musiała wyzwolić się z ograniczeń nałożonych na nią prawie dwa i pół tysiąca lat temu przez Euklidesa i jego *Elementy*. Jednym z ludzi, którzy tego dokonali, był niemiecki matematyk Georg Riemann.

1.1. Wyższe wymiary i przestrzeń zakrzywiona

Przez ponad dwa tysiące lat cała wiedza ludzka w dziedzinie geometrii oparta była na aksjomatach Euklidesa i na wynikających z nich twierdzeniach - proste równoległe nie przecinają się, suma kątów wewnętrznych w trójkącie jest zawsze równa 180° itd. Obiekty geometryczne podzielone były na punktowe, jednowymiarowe, tak jak prosta, dwuwymiarowe (np. płaszczyzna) i trójwymiarowe, tak jak kula. Więcej wymiarów nie było. Nie można skonstruować w przestrzeni prostej prostopadłej do trzech wzajemnie prostopadłych do siebie prostych - argumentował Ptolomeusz.

Jeśli jednak przenieść się z płaszczyzny na powierzchnię zakrzywioną, np. kulę, sytuacja się zmienia: każde dwie proste (będące tutaj kołami wielkimi) przecinają się, a suma kątów w trójkącie zawsze jest większa od 180° . Liczba wymiarów przestrzennych większa od trzech, choć trudna do wyobrażenia, z czysto matematycznego punktu widzenia jest jak najbardziej możliwa do zrealizowania. Pierwszy wyłom w starej geometrii uczynił w latach 1826-30 matematyk rosyjski Nikołaj Łobaczewski, zastępując szósty aksjomat Euklidesa (o prostych równoległych) własnym aksjomatem: przez punkt nie leżący na prostej przechodzą co najmniej dwie różne proste nie przecinające jej i leżące w tej samej płaszczyźnie. Geometria Łobaczewskiego była pierwszą zakrzywioną geometrią nieeuklidesową. Niedługo potem, w 1854 roku, na słynnym wykładzie habilitacyjnym na Uniwersytecie w Getyndze, Georg Riemann przedstawił światu całkowicie nowe podejście. Wprowadzając do języka matematyki pojęcie tensora metrycznego, Riemann stworzył formalizm opisujący zakrzywioną przestrzeń o dowolnej liczbie wymiarów.

Sześćdziesiąt lat później okazało się, że geometria riemannowska jest językiem Ogólnej Teorii Względności, w której Albert Einstein, w czysto geometryczny sposób, tłumaczy działanie siły grawitacyjnej. Wszechświat Einsteina to zakrzywiona czterowymiarowa czasoprzestrzeń - do trzech wymiarów przestrzennych został dodany czwarty - czas. Przestrzeń zakrzywiona jest przez masę i energię - źródła pola grawitacyjnego. Tory ciał poruszających się swobodnie w takiej przestrzeni nie są proste w sensie euklidesowym, linie "proste" zastąpione są liniami geodezyjnymi - odpowiednikami kół wielkich na sferze. Ciała "skręcają" pod wpływem siły wywołanej przez zakrzywienie przestrzeni, podobnie jak dwie

proste na powierzchni kuli “zblizają się” do siebie. W ten sposób siła grawitacji opisana została jako geometryczna własność samej czasoprzestrzeni.

1.2. Krok dalej: Teorie Kaluzy-Kleina - Piąty wymiar

Kilka lat po opublikowaniu w 1916 roku przez Einsteina Ogólnej Teorii Względności pojawiła się nowa koncepcja, sformułowana przez Teodora Kaluzę, polegająca na dodaniu jeszcze jednego wymiaru przestrzennego. Pomysł Kaluzy opierał się na zapisaniu równań Einsteina dla pięciowymiarowej czasoprzestrzeni. Okazało się, że z równań tych wynikają poza czterowymiarowymi równaniami dla grawitacji, również równania Maxwella opisujące pole elektromagnetyczne.

Oczywiście natychmiast pojawia się pytanie: gdzie jest ten piąty wymiar? Według Kaluzy, jego piąty wymiar przestrzenny jest “zwinęty” w bardzo mały okrąg, mniejszy od rozmiarów protonu. Dzięki temu zabiegowi, zwanemu kompaktyfikacją, nowa teoria nie jest sprzeczna z doświadczeniem - podobnie, jak dwuwymiarowy walec oglądany z dużej odległości staje się jednowymiarową linią, tak pięciowymiarowa czasoprzestrzeń Kaluzy staje się z naszego punktu widzenia czterowymiarowa.

Ten sprytny sposób na wprowadzenie piątego wymiaru okazał się jednak najslabszym punktem całej teorii - uczynił ją kompletnie niesprawdzalną. Z punktu widzenia mechaniki kwantowej zwiniecie wymiaru przestrzennego w okrąg nakłada warunek periodyczności na funkcję falową cząstki w takiej przestrzeni. W efekcie powstaje dyskretne widmo energetyczne możliwych stanów. Z punktu widzenia pozostałych czterech wymiarów stany te mają, zamiast drabiny poziomów energetycznych, skwantowane ładunki [2]. W 1926 roku Oskar Klein pokazał, że aby odtworzyć znaną z doświadczenia wartość ładunku elektrycznego, trzeba zwinąć dodatkowy wymiar w okrąg o promieniu rzędu 10^{-33} cm. Do badania tak fantastycznie małej odległości potrzebne byłyby energie rzędu energii Plancka - 10^{19} GeV. Żaden fizyk nie wyobraża sobie obecnie możliwości przyspieszenia cząstek do takiej energii.

Niesprawdzalność teorii Kaluzy-Kleina spowodowała upadek zainteresowania tą dziedziną nauki, fizycy zajęli się powstającą właśnie mechaniką kwantową, teorią zmieniającą spojrzenie na świat cząstek elementarnych, i w przeciwieństwie do koncepcji zwinętego w okrąg wymiaru, odnosząc spektakularne sukcesy doświadczalne.

1.3. Powrót teorii KK - teorie strun

Obecnie dodatkowe wymiary pojawiają się w fizyce w teorii strun. Teoretycy sformułowali kilka teorii opisujących elementarne fermiony jako drgania dziesięciowymiarowych superstrun [2]. Niestety, podobnie, jak w przypadku pięciowymiarowej teorii Kaluzy-Kleina, nie ma możliwości doświadczalnego sprawdzenia teorii superstrun. Przede wszystkim nie istnieją obecnie metody obliczeniowe pozwalające otrzymać konkretne wyniki na podstawie tych teorii, a energie potrzebne do badania struktury dziesięciowymiarowej czasoprzestrzeni są, podobnie jak w oryginalnej teorii KK, rzędu energii Plancka.

Z drugiej strony teorie superstrun wydają się umożliwiać wytłumaczenie własności wszystkich cząstek i oddziaływań elementarnych, oraz odpowiadać na największe pytanie współczesnej fizyki - jak połączyć mechanikę kwantową z teorią grawitacji Einsteina.

1.4. Problem hierarchii i model ADD

W obecnym obrazie fizyki cząstek elementarnych pojawiają się co najmniej dwie fundamentalne skale energii. Pierwsza z nich, to m_{EW} - skala łamania symetrii elektroslabej, przyjęta jako 10^3 GeV. (Czyli nieco powyżej mas bozonów W i Z , przenoszących oddziaływania słabe. Jest to też górne ograniczenie teoretyczne na masę bozonu Higgsa, teoria z cięższym Higgsem przestaje być unitarna). Druga skala, to skala Plancka, związana ze stałą grawitacji Newtona: $M_{Pl} = G_N^{-1/2} \sim 10^{19}$ GeV. Przy tej skali fizycy spodziewają się unifikacji wszystkich oddziaływań i pojawienia się fundamentalnej "teorii wszystkiego", np. teorii strun. Olbrzymia różnica między tymi dwoma skalami jest jedną z największych zagadek współczesnej fizyki wysokich energii. Parametry teorii elektroslabej powinny wynikać ze zunifikowanej teorii przy skali Plancka. Z punktu widzenia takiej teorii, są to bardzo małe, ale różne od zera liczby. Pojawianie się tak małych liczb w teorii jest rzeczą nienaturalną, nie wiadomo jaki mechanizm ma być odpowiedzialny za precyzyjne dostrojenie tak małych, lecz różnych od zera parametrów. Problem ten znany jest jako problem hierarchii, i jest jednym z głównych motorów napędzających poszukiwania teorii wykraczających poza Model Standardowy (MS) - obecną teorię oddziaływań cząstek elementarnych.

Nietypowe rozwiązanie problemu hierarchii zaproponowali w 1998 roku Arkani-Hamed, Dimopoulos i Dvali [3]. Zwrócili oni uwagę na fakt, iż skala elektroslaba jest, w przeciwieństwie do skali Plancka, wyznaczona doświadczalnie, a oddziaływania elektroslabe były badane na odległościach $\sim m_{EW}^{-1}$ (czyli około 10^{-18} cm)^a). Oddziaływania grawitacyjne były w czasie publikacji pracy [3] zbadane w zakresie odległości do ~ 1 cm [4]. Skala Plancka jest fundamentalną skalą przy której oddziaływania grawitacyjne stają się silne, ale tylko przy założeniu, że pozostają one niezmiennione przez 33 rzędy wielkości, do odległości Plancka $\sim 10^{-33}$ cm. Może więc M_{Pl} nie jest wcale fundamentalną skalą energii?

Pomysł, nazwany od nazwisk autorów modelem ADD, polega na przyjęciu, że jedyną naprawdę fundamentalną skalą jest skala elektroslaba. Aby odtworzyć bardzo małą obserwowaną siłę oddziaływań grawitacyjnych, wprowadzonych zostaje n dodatkowych wymiarów przestrzennych, każdy z nich ulega kompaktyfikacji do okręgu o promieniu R . Siłę lub energię potencjalną przyciągania grawitacyjnego między masami m_1 i m_2 , znajdującymi się w odległości $r \ll R$ od siebie, można obliczyć korzystając z uogólnionego do większej liczby wymiarów prawa Gaussa:

$$V(r) \sim \frac{m_1 m_2}{M_S^{n+2}} \frac{1}{r^{n+1}}; \quad (r \ll R) \quad (1)$$

gdzie M_S to fundamentalna skala oddziaływań grawitacyjnych w $4+n$ wymiarach. Gdy masy oddalają się, zależność potencjału od odległości zmienia się. Sytuacja jest analogiczna, jak w przypadku nadmuchiwania kulistego balonika wewnątrz walca - na początku powierzchnia balonu jest proporcjonalna do kwadratu promienia, ale gdy promień balonu przekroczy promień walca, balon rozszerza się już tylko w jednym wymiarze i jego powierzchnia zależy od "promienia" w pierwszej potęgę. Podobnie dla grawitacji

$$V(r) \sim \frac{m_1 m_2}{M_S^{n+2}} \frac{1}{R^n r}; \quad (r \gg R) \quad (2)$$

czyli pojawił się oczekiwany potencjał $1/r$. Wzór opisujący grawitację newtonowską otrzymuje się po położeniu $M_S^{n+2} R^n = M_{Pl}^2$.

a. W niniejszej pracy przyjęta została szeroko stosowana w fizyce wysokich energii konwencja $\hbar = c = 1$. W takim układzie jednostką masy, pędu i energii są elektronowolty, a czas i odległość mają wymiar odwrotności energii.

Problem hierarchii można teraz zlikwidować przyjmując, że fundamentalna skala Plancka M_S jest po prostu równa m_{EW} , a fakt, że obserwowana przez nas siła grawitacji jest tak mała, jest wynikiem odpowiednio dużego promienia kompaktifikacji dodatkowych wymiarów R :

$$R \sim \left(\frac{1}{m_{EW}} \right)^{1 + \frac{2}{n}} \times 10^{\frac{30}{n} - 17} \text{ cm} \quad (3)$$

gdzie m_{EW} wyrażona jest w TeV. Dla $n = 1$, otrzymujemy $R \sim 10^{13}$ cm, więc tą możliwość można wykluczyć, gdyż jakiegokolwiek odstępstwa od prawa powszechnego ciężenia na odległościach tego rzędu zmieniłyby zupełnie obraz Układu Słonecznego. Jednak już dla $n = 2$, dostajemy $R \sim 1$ mm, co jest na granicy czułości eksperymentów grawitacyjnych.

W takiej teorii pojawiają się masywne wzbudzenia grawitonu w odstępach $1/R$ (około 10^{-2} eV dla $R \sim 1$ mm). Mechanizm ich powstania jest dokładnie taki, jak w starej teorii Kaluzy-Kleina - ze względu na warunek periodyczności funkcji falowej grawitonu w dodatkowym wymiarze, pęd takiej cząstki jest skwantowany, a w czterowymiarowej teorii pęd w dodatkowym wymiarze pojawia się jako masa. Powstałe w ten sposób wzbudzone grawitony nazywane są grawitonami Kaluzy-Kleina, czyli G_{KK} . Siła oddziaływania pojedynczego grawitonu z materią jest nadal rzędu $1/M_{Pl}$, ale ze względu na sumowanie po dużej ich liczbie, cząstki te mogą dać znaczący wkład do procesów obserwowanych w akceleratorach. Obecność lekkich modów grawitonu jest jednak niebezpieczna z punktu widzenia astrofizyki i kosmologii, co powoduje nałożenie ograniczeń na teorię, omówionych dokładniej w rozdziale 2.

W nieco łagodniejszym sformułowaniu modelu ADD, skala M_S nie musi być dokładnie równa m_{EW} (choć nadal powinna być rzędu 1 TeV), i staje się ona skalą, przy której pojawiają się efekty kawntowej teorii grawitacji, np. teorii strun. Ponieważ energie ~ 1 TeV będą dostępne w obecnych i planowanych eksperymentach akceleratorowych, pojawia się po raz pierwszy w historii nadzieja na eksperymentalną weryfikację teorii superstrun.

1.5. Materia w wyższych wymiarach

W świetle nowych badań nad wyższymi wymiarami o dużych rozmiarach ([5],[6]), okazuje się, że w dodatkowe wymiary można “wpuścić”, poza grawitacją, również zwykłą materię. Promień kompaktifikacji wszystkich n dodatkowych wymiarów nie muszą być równe, ważne jest tylko, żeby całkowita objętość V_n likwidowała, podobnie jak R^n w modelu ADD, hierarchię między m_{EW} a M_{Pl} . W szczególności, konfigurację można dobrać tak, by część wymiarów miała rozmiar $\sim \text{TeV}^{-1}$. W takich wymiarach mogą propagować się bozony cechowania, bozon Higgsa, a nawet część lub wszystkie generacje fermionów. Spowodowałyby to powstanie wzbudzeń Kaluzy-Kleina o masach rzędu TeV, co nie jest sprzeczne z dotychczasowymi obserwacjami. Obecność takich rezonansów czyni tę teorię bardzo atrakcyjną z punktu widzenia akceleratora LHC, gdzie możliwe byłoby badanie powstałego w ten sposób bogatego spektrum cząstek. Modeli tego typu można konstruować wiele, każdy posiada własne konsekwencje fenomenologiczne, w szczególności przy energiach $\sim \text{TeV}$ poza wzbudzeniami cząstek z Modelu Standardowego mogą pojawiać się efekty strunowe, a przy niewiele większej skali energetycznej powinna nastąpić unifikacja oddziaływań.

1.6. Inne rozwiązanie problemu hierarchii - model RS

Nieco ponad rok po pojawieniu się modelu ADD, gdy literaturę zalewały setki prac badających możliwe konsekwencje i modyfikacje pomysłu, ukazała się praca przedstawiająca inne rozwiązanie problemu hierarchii, również przez wprowadzenie dodatkowego wymiaru (tym razem jednego). Autorzy nowej koncepcji, Lisa Randall i Raman Sundrum, zwracają uwagę na pewien słaby punkt modelu ADD: to, co wydaje się zlikwidowaniem problemu hierarchii, jest w rzeczywistości przeniesieniem go w inne miejsce - wynikiem wprowadzenia dodatkowych wymiarów o dużych rozmiarach jest pojawienie się hierarchii między skalą elektrosłabą, a skalą kompaktifikacji, czyli $1/R$. Czy zatem od hierarchii nie ma ucieczki, a jedynym wyjściem jest konstruowanie kolejnych stabilizujących ją efektywnych teorii pola? Okazuje się, że nie - w modelu RS różnica między 10^3 GeV a 10^{19} GeV zostaje, obrazowo mówiąc, zamieniona na różnicę między 3 a 19 - hierarchia została "przeniesiona do wykładnika".

Aby jednak tego dokonać, potrzebne są narzędzia jeszcze dziwniejsze, niż dodatkowe wymiary zwinięte w okręgi o promieniach rzędu milimetra. Wprowadzony zostaje jeden dodatkowy wymiar, $-\pi \leq \phi \leq \pi$, ale przy metryce wyrażonej wzorem

$$ds^2 = e^{-2kr_c\phi} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + r_c^2 d\phi^2 \quad (4)$$

gdzie k to skala energetyczna teorii, porównywalna z M_{PL} , x_μ to 4-wymiarowe współrzędne czasoprzestrzenne, a r_c to promień kompaktifikacji piątego wymiaru.

W tak skonstruowanej przestrzeni metryka w czterech wymiarach zależy od położenia w wymiarze piątym - jest to tzw. geometria niefaktoryzowalna (ang. *non-factorizable geometry*). Poprzez identyfikację punktów (x, ϕ) z $(x, -\phi)$ piąty wymiar przyjmuje topologię tzw. orbifoldu. W punktach stałych $\phi = 0, \pi$ znajdują się dwie czterowymiarowe "3-brany", mieszczące (3+1)-wymiarowe, lorentzowsko niezmiennicze teorie pola. Przy takiej geometrii, dowolny fundamentalny w pięciu wymiarach parametr masowy m_0 , z punktu widzenia teorii w $\phi = \pi$, przyjmuje wartość

$$m = e^{-kr_c\pi} m_0 \quad (5)$$

co pozwala generować masy rzędu TeV z fundamentalnych parametrów teorii przy $M_{PL} \sim 10^{16}$ TeV dla $kr_c \sim 11-12$. Skala kompaktifikacji $\mu_c = 1/r_c$ jest rzędu skali Plancka - nie pojawia się żadna nowa hierarchia.

Ponieważ promień kompaktifikacji piątego wymiaru jest mały, w powyższym modelu nie obserwuje się żadnych efektów natury grawitacyjnej na dostępnych eksperymentalnie odległościach. Pojawiają się natomiast masywne wzbudzenia grawitonów. Masy tych modów są dane wzorem [8]

$$m_n = kx_n e^{-kr_c\pi} \quad (6)$$

gdzie x_n to n -te miejsce zerowe funkcji Bessel'a J_1 . W przeciwieństwie do modelu ADD, masy te są rzędu TeV. Oddziaływanie grawitonu z materią opisuje wzór

$$L = -\frac{1}{\Lambda_\pi} T^{\mu\nu} \sum h_{\mu\nu}^{(n)} \quad (7)$$

gdzie $T^{\mu\nu}$ to tensor energii-pędu pola materii, $h_{\mu\nu}^{(n)}$ to pole n -tego wzbudzenia grawitonu, a Λ_π to parametr opisujący sprzężenie, dany wzorem

$$\Lambda_\pi = M_{Pl} e^{-kr_c \pi} \quad (8)$$

Jak widać, sprzężenia grawitonów są rzędu sprzężeń elektroślabych. Dzięki temu nie występują problemy natury kosmologicznej. Zamiast ciągłego widma pojawiają się pojedyncze rezonanse, możliwe do wykrycia w akceleratorach. Z kolei efekty teorii superstrun, czy M-Teorii powinny, podobnie jak w modelu ADD, pojawić się przy energiach $\sim \text{TeV}$.

2. Dotychczasowe ograniczenia doświadczalne

Większość obecnych ograniczeń doświadczalnych dotyczy modelu ADD. Wyniki wybranych analiz przedstawione zostały poniżej. Na podstawie danych z dotychczasowych eksperymentów akceleratorowych można ograniczyć od dołu skalę M_S . Przewidywane przez teorię lekkie wzbudzenia grawitonu mają wpływ na chłodzenie gwiazd, dając ograniczenia natury astrofizycznej. Ponadto, od czasu powstania teorii, dokonany został pewien postęp w eksperymentach grawitacyjnych, szukających odstępstw od prawa Newtona. Sytuacja w przypadku modelu RS wygląda trochę inaczej, i została ona opisana osobno. Ograniczeń jest tutaj mniej, i są one głównie natury teoretycznej.

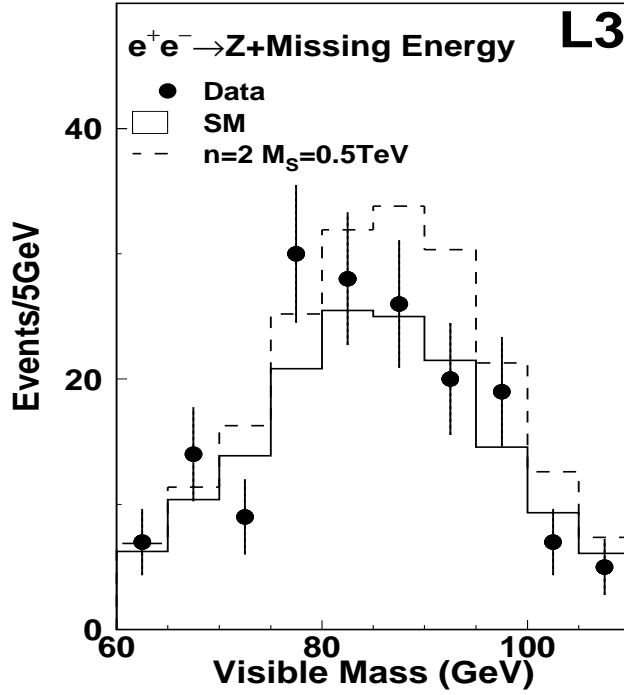
2.1. Ograniczenia akceleratorowe

Grawitony Kaluzy-Kleina mogą pojawiać się w procesach zachodzących w akceleratorach w dwojaki sposób. Po pierwsze mogą być produkowane w zderzeniach cząstek. Z punktu widzenia detektora powoduje to pojawienie się dużej ilości brakującej energii, uniesionej przez niezobserwowaną cząstkę z wyższego wymiaru. Drugi typ procesu to wymiana wirtualnego grawitonu. Sprzęgające się do tensora energii-pędu grawitony mogą być wymieniane w elektroślabych procesach zamiast fotonu lub bozonu Z^0 . Sumowanie po dużej liczbie słabo sprzężonych G_{KK} daje, przy energiach dochodzących do M_S całkowite przekroje czynne na produkcję/wymianę grawitonu rzędu przekrojów elektroślabych. Przy większych energiach przekroje rosną dalej, w końcu łamiąc unitarność - prawdopodobieństwa zajścia procesów stają się większe od 1. Z tego powodu wprowadza się w obliczeniach odcięcie (cut-off) na poziomie M_S . Powyżej pojawia się nieznaną, fundamentalną teorią grawitacji, np. teoria strun.

Na podstawie danych z dotychczasowych eksperymentów można nałożyć dość słabe ograniczenia na M_S , rzędu 1 TeV. Poniżej przedstawiono wyniki kilku takich analiz.

2.1.1 Emisja grawitonów Kaluzy-Kleina

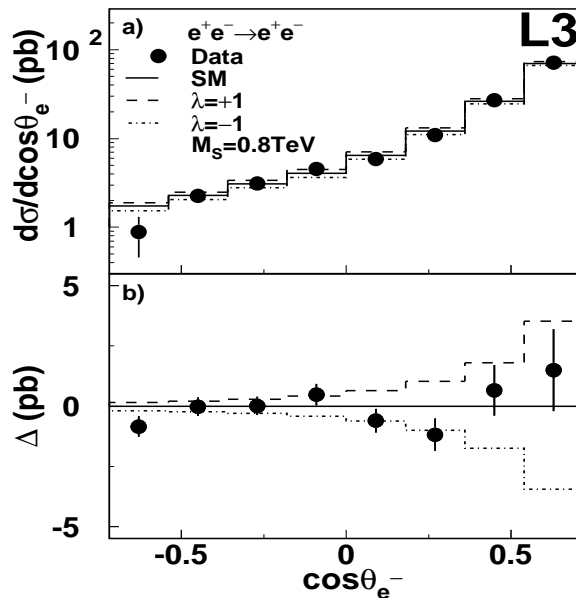
Współpraca L3 opublikowała wyniki poszukiwań procesu $e^+e^- \rightarrow Z^0 G_{KK}$ [9]. Analiza przeprowadzona została na 176 pb^{-1} danych zebranych w detektorze L3 przy akceleratorze LEP w 1998r, przy energii środka masy $\sqrt{s} = 188,7 \text{ GeV}$. Zakładając hadronowy rozpad bozonu Z oraz ucieczkę grawitonu z detektora, szukano przypadków z brakującą energią i mierzoną masą hadronów porównywalną z masą Z^0 . Spełniające te kryteria 1068 przypadków poddano dodatkowej selekcji w celu wyeliminowaniu tła z Modelu Standardowego (MS). Ostateczna próbka zawierała 129 przypadków, przy 126 przewidzianych przez symulację Monte Carlo dla procesów nie zawierających grawitonów. Na podstawie dopasowania do rozkładu widzialnej masy (Rys. 1) otrzymano ograniczenia na poziomie 95% na wartość M_S wysokości 0.60 - 0.29 TeV, dla liczby dodatkowych wymiarów $n = 2 - 4$.



Rysunek 1: Rozkład widzialnej masy dla danych, teorii MS (głównie produkcja bozonów W , pojedynczych oraz par), oraz przewidywań modelu ADD dla $n = 2$ i $M_S = 0,5$ TeV. [9]

2.1.2 Wymiana wirtualnych G_{KK}

W procesach z wymianą wirtualnego grawitonu Kaluzy-Kleina mogą pojawić się efekty interferencji z procesami z MS. W obliczeniach pojawia się dodatkowy parametr $\lambda \sim O(1)$, zależny od teorii grawitacji, wyłaniającej się przy M_S [10] (w szczególności od liczby dodatkowych wymiarów i od sposobu ich kompaktyfikacji). W obliczeniach numerycznych przyjmuje się najczęściej $\lambda = \pm 1$.



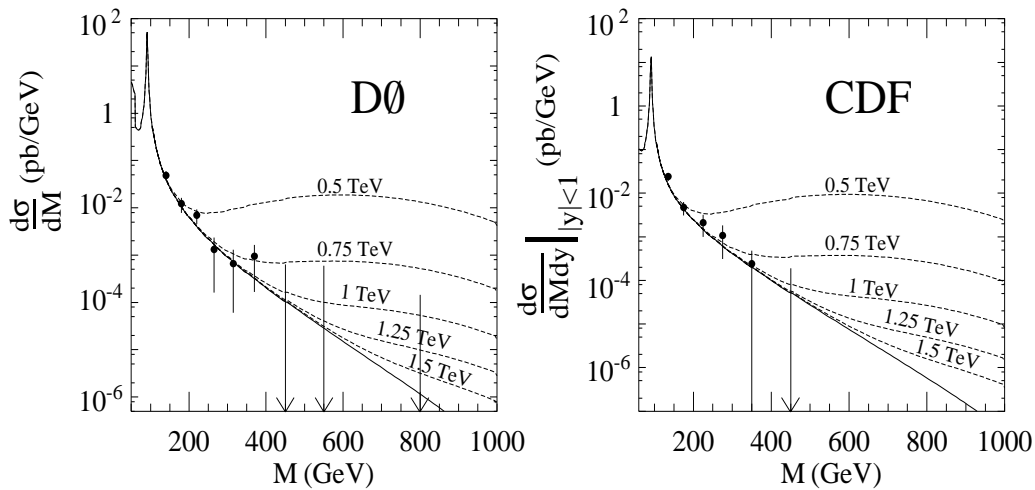
Rysunek 2: a) Mierzone i oczekiwane przekroje czynne dla rozpraszania Bhabha wraz z przewidywaniami modelu ADD dla $M_S = 0,8$ TeV i $\lambda = \pm 1$. b) Odchylenie Δ mierzonych przekrojów czynnych i przewidywań modelu ADD od MS. [9]

Analiza przeprowadzona przez współpracę L3 [9], uwzględnia różne możliwe procesy produkcji par cząstek. Wyniki dla poszczególnych kanałów zawiera Tabela 1. Wpływ wirtualnych grawitonów na produkcję bozonów cechowania przejawia się głównie w zmianach przekroju czynnego, natomiast w procesach, w których grawiton rozpada się na parę fermionów, model ADD wprowadza zaburzenia rozkładów kątowych, w stosunku do Modelu Standardowego. Rys. 2 pokazuje rozkłady kątowe w zakresie kąta biegunowego $44^\circ < \theta < 136^\circ$, dla najbardziej czułego kanału $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$.

Proces	M_S (TeV) $\lambda = +1$	M_S (TeV) $\lambda = -1$
$e^+e^- \rightarrow ZZ$	0,77	0,76
$e^+e^- \rightarrow W^+W^-$	0,79	0,68
$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$	0,79	0,80
Bozony Razem	0,89	0,82
$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$	0,69	0,56
$e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$	0,54	0,58
$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$	0,49	0,49
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-$	0,98	0,84
Fermiony Razem	1,00	0,84
Fermiony + Bozony	1,07	0,87

Tabela 1: Wyniki analizy procesów z wymianą wirtualnego G_{KK} z eksperymentu L3 [9]. Dolne ograniczenia skali M_S na poziomie ufności 95%.

Trochę silniejsze ograniczenia pochodzą z analizy danych z eksperymentów D0 i CDF przy akceleratorze Tevatron, zderzającym protony z antyprotonami przy energii w środku masy $\sqrt{s} = 1,8$ TeV. Autorzy pracy [11] porównali dane dotyczące produkcji par leptonów, opublikowane przez oba eksperymenty, z symulacjami uwzględniającymi wymianę wirtualnych grawitonów. Zestawienie danych z przewidywaniami modelu ADD dla różnych wartości M_S przedstawia Rys. 3. Ograniczenie na fundamentalną skalę grawitacji wynosi 1,08 TeV na poziomie ufności 95%.



Rysunek 3: Rozkłady masy par leptonów mierzone w Tevatronie [11]. Linie przerywane to przywidywania modelu ADD dla kilku wybranych wartości M_S , a linie ciągłe to tło z Modelu Standardowego.

2.2. Ograniczenia kosmologiczne

W roku 1987 zaobserwowano wybuch supernowej w Wielkim Obłoku Magellana. Była to pierwsza widoczna gołym okiem supernowa od 1604 roku, kiedy nieoczekiwane pojawienie się na niebie wyjątkowo jasnej gwiazdy odnotował Kepler. Tym razem, poza sygnałem widzialnym, udało się przeprowadzić dodatkowe obserwacje - pochodzący z eksplozji puls neutrinowy zarejestrowały eksperymenty IMB [12] i Kamiokande [13], szukające w wielkich zbiornikach z wodą rozpadu protonu, i nastawione na odrzucanie oddziaływań neutrin, jako elementu tła. Wyniki tych pomiarów potwierdzają teorię mówiącą, że większość energii supernowej uwolnionej podczas zapadania się gwiazdy wypromieniowana zostaje w postaci neutrin. Lekkie grawitony stanowią konkurencyjny proces. Analiza procesów emisji grawitonów z zapadającego się jądra [14] pozwala oszacować minimalne wartości M_S spójne z danymi pochodzącymi z SN1987A. Przy założeniu że średnia energia przypadająca na nukleon w jądrze supernowej wynosi około 30 MeV, ograniczenie dla dwóch dodatkowych wymiarów to ~ 50 TeV. Dla większej liczby wymiarów możliwe są mniejsze M_S , co pokazuje Tabela 2.

Jeśli założyć, że grawitony KK rozpadają się na cząstki z Modelu Standardowego, można otrzymać jeszcze silniejsze ograniczenia na fundamentalną skalę grawitacji [15]. Analiza ta również dotyczy chłodzenia supernowej przez emisję wzbudzonych grawitonów, ale nie odwołuje się do pomiarów SN1987A. Opiera się ona na założeniu, że grawitony wytworzone przez wszystkie supernowe w historii Wszechświata rozpadają się m.in. na fotony, dając wkład do kosmicznego promieniowania tła. Porównanie oszacowanej wartości takiego wkładu z danymi doświadczalnymi pozwala nałożyć kolejne ograniczenie na skalę M_S , na poziomie 84 TeV. Analiza ta jest w sporym stopniu uzależniona od przyjętych modeli kosmologicznych (częstotliwość wybuchów supernowych) oraz od konkretnej realizacji modelu ADD. Porównanie wyników obu powyższych analiz przedstawia Tabela 2. Jak widać, dla $n = 2$, wartość M_S jest na poziomie co najmniej kilkudziesięciu TeV, co przestaje być atrakcyjnym rozwiązaniem problemu hierarchii, a poza tym odsuwa grawitację poza zasięg planowanych eksperymentów akceleratorowych.

n	SN1987A	Tło γ
2	50	84
3	4	7
4	1	

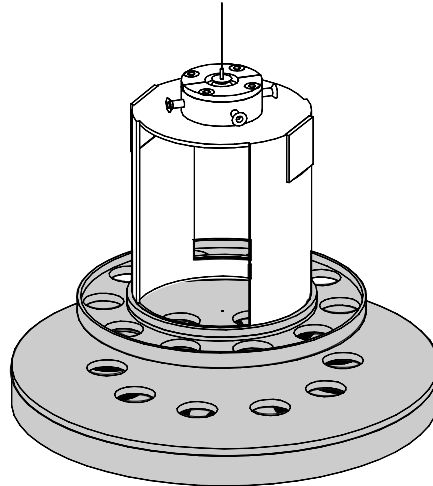
Tabela 2: Astrofizyczne ograniczenia na skalę M_S [TeV] dla n dodatkowych wymiarów

2.3. Ograniczenia grawitacyjne

Najnowsze pomiary oddziaływań grawitacyjnych na małych odległościach pochodzą z roku 2000, z eksperymentu wykonanego na University of Washington w Seattle [16]. W doświadczeniu wykorzystano wahadło torsyjne, do którego przymocowany został aluminiowy pierścień o średnicy ok. 5,5 cm, z dziesięcioma równomiernie rozmieszczonymi na obwodzie otworami (Rys. 4). Wahadło było wprawiane w ruch przy pomocy dwóch miedzianych tarcz o podobnych wymiarach, z dziesięcioma otworami w każdej z nich. Górna tarcza była cieńsza, i obrócona o 18° w stosunku do dolnej. Starannie dobrana geometria i precyzja wykonania

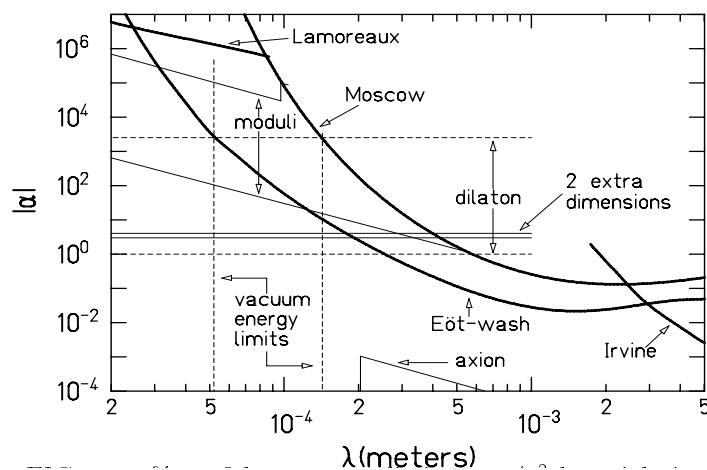
dochodząca do $2.5 \mu\text{m}$, miały za zadanie zminimalizować wpływ grawitacji newtonowskiej i umożliwić badanie odstępstw na bardzo małych odległościach. Odchylenia parametryzowano wzorem

$$V(r) = -G \frac{m_1 m_2}{r} (1 + \alpha e^{-r/\lambda}) \quad (9)$$



Rysunek 4: Wahadło torsyjne wraz z miedzianym atraktorem. Dla zachowania przejrzystości pominięta została membrana, a odległość między tarczami zwiększono do 1,5 cm.

Wahadło zostało umieszczone w próżni. Między przyciągające się części wstawiono cienką miedziano-berylowej membraną, minimalizującą wpływ sił pochodzenia elektrycznego. Pomiary przeprowadzono na odległościach dochodzących do $218 \mu\text{m}$. Nie zaobserwowano znaczących statystycznie odchyżeń od prawa Newtona dla takich odległości. Otrzymane w wyniku ograniczenia na λ i α przedstawia Rys. 5. W przypadku prostego scenariusza w ramach modelu ADD, z dwoma jednakowymi dodatkowymi wymiarami, ograniczenie na skalę unifikacji jest na poziomie $M_s \geq 3,5 \text{TeV}$. Autorzy zapowiadają przeprowadzenie eksperymentu drugiej generacji, z nowym wahadłem, o większej czułości dla małych λ .



Rysunek 5: Ograniczenia na odchylenia od prawa Newtona na poziomie ufności 95%. Najważniejsze na rysunku są grube krzywe, odpowiadające ograniczeniom eksperymentalnym. Obszar wykluczony w każdym eksperymencie leży ponad odpowiednią krzywą. Wyniki opisywanego eksperymentu przedstawia krzywa podpisana jako Eöt-Wash.

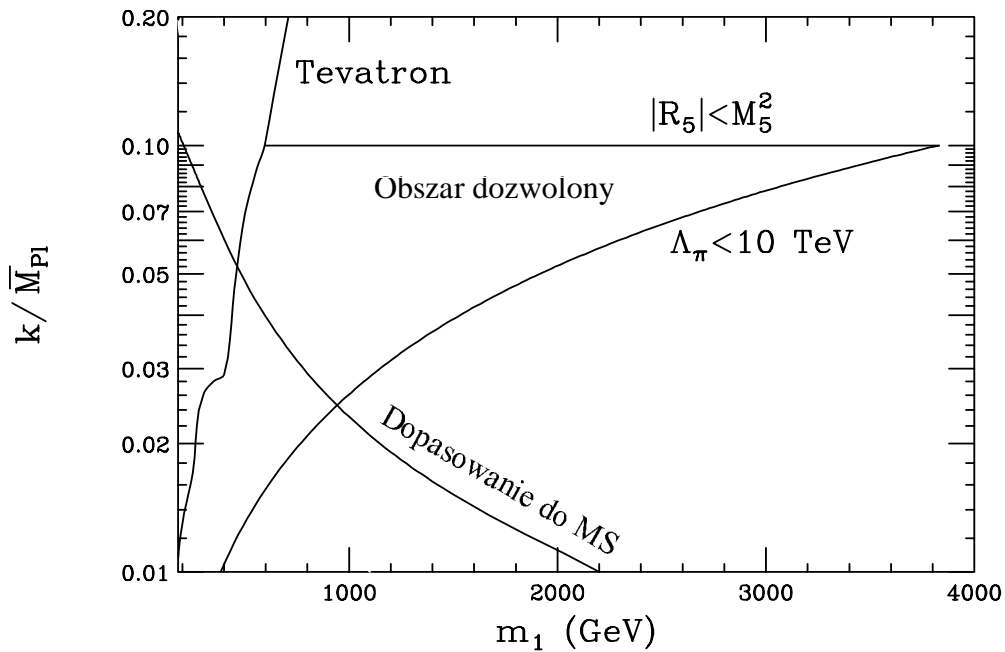
2.4. Ograniczenia na parametry modelu RS

Właściwości modelu RS określone są przez dwa parametry: masę pierwszego grawitonu Kaluzy-Kleina $m_G = m_1$ oraz parametr $c = k/M_{Pl}$, determinujący sprzężenia (patrz równania (7) i (8)) i szerokości grawitonów:

$$\Gamma_n = \rho m_n x_n^2 (k/M_{Pl})^2 \quad (10)$$

gdzie ρ to stała, zależna od liczby otwartych kanałów rozpadu. Rys. 6, pochodzący z pracy [24] przedstawia doświadczalne i teoretyczne ograniczenia na płaszczyźnie tych dwóch parametrów. Ograniczenie $|R_5| < M_5^2$ to warunek na krzywiznę pięciowymiarowej przestrzeni, pojawiający się przy wyprowadzaniu metryki (4) jako rozwiązania równań Einsteina w pięciu wymiarach [7]. W oryginalnym sformułowaniu warunek ten ma postać $k < M$, gdzie $M \sim M_{Pl}$ to fundamentalna, pięciowymiarowa skala Plancka. Należy jednak pamiętać, że nie jest to ograniczenie ostre, a jedynie przybliżone. Drugie ograniczenie teoretyczne, to warunek $\Lambda_\pi < 10$ TeV, wprowadzony, żeby model RS rozwiązywał problem hierarchii, czyli żeby nie pojawiła się hierarchia między m_{EW} a Λ_π . Pozostałe dwie krzywe reprezentują ograniczenia doświadczalne, pochodzące z analizy produkcji par leptonów i dżetów w Tevatronie, oraz z globalnego dopasowania do przewidywań modelu zmiennych pośrednich (ang. *oblique parameters*) S i T . Zmienne te, wprowadzone w pracy [17], służą do szukania odstępstw od Modelu Standardowego na podstawie precyzyjnych pomiarów oddziaływań elektroślabych.

Wszystkie cztery krzywe ograniczają na płaszczyźnie parametrów modelu zamknięty obszar. Według [24] cały ten obszar może zostać przebadany w LHC. Stwierdzenie to jest oparte na optymistycznej analizie nie uwzględniającej wpływu detektora. Celem niniejszej pracy będzie sprawdzenie czy, przy uwzględnieniu efektów związanych z detektorem CMS, akcelerator LHC ma szansę wykluczyć lub potwierdzić model Randall-Sundrum.



Rysunek 6: Doświadczalne i teoretyczne ograniczenia modelu RS w płaszczyźnie parametrów c i $m_G = m_1$ [24].

3. Narzędzia - akcelerator i detektor

3.1. Akcelerator LHC

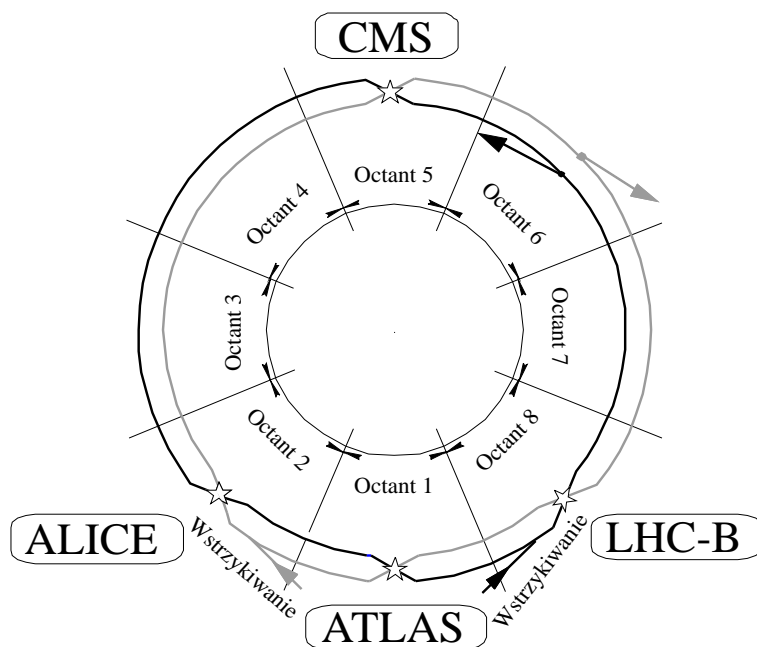
W listopadzie roku 2000 zakończył pracę działający w ośrodku CERN pod Genewą od 1989 roku akcelerator LEP. Zderzając elektrony z pozytonami najpierw przy energiach w środka masy ~ 100 GeV, a później (po 1998 roku) przy ponad 200 GeV, umożliwił przeprowadzenie bardzo dokładnych testów Modelu Standardowego. W tunelu pozostałym po jego rozmontowaniu umieszczony zostanie akcelerator LHC - Wielki Zderzacz Hadronów (ang. *Large Hadron Collider*), którego zadaniem będzie znalezienie cząstki Higgsa, oraz szukanie przejawów Nowej Fizyki spoza Modelu Standardowego. Cząstka Higgsa to ostatnia brakująca cegiełka w Modelu Standardowym, odpowiedzialna za mechanizm łamania symetrii elektroslabej. Akcelerator LHC powinien rozpocząć pracę w 2006 roku.

Schemat akceleratora przedstawia Rys. 7. LHC będzie we wstępnym okresie akceleratorem zderzającym przeciwbieżne wiązki protonów (później mają również być w nim zderzane ciężkie jony - od wapnia aż do ołowiu). Najważniejsze parametry pracy z wiązką protonową przedstawia Tabela 3 [18]. Protony będą wstępnie rozpędzane do energii 0,45 TeV w akceleratorze SPS (Super Proton Synchrotron) o obwodzie 6 km, a następnie wstrzykiwane do tunelu LHC. Obwód tego tunelu to 27 km. Nadprzewodzące magnesy, generujące pole 8,36 T, umożliwią utrzymanie protonów na właściwym torze. Pogrupowane w paczki o liczebności ok. 10^{11} cząstek protony, zostaną rozpędzone do energii 7 TeV. Paczki, podróżujące w odległości 7,5 m od siebie, będą się zderzać co 25 ns z paczkami z przeciwnej wiązki w czterech punktach przecięcia, dając w każdym zderzeniu średnio 14 zderzeń proton-proton o energii $\sqrt{s} = 14$ TeV. Planowana świetlnosc akceleratora to 10^{34} cm⁻²s⁻¹.

Energia wiązki	7 TeV
Świetlnosc	10^{34} cm ⁻² s ⁻¹
Liczba paczek	2835
Czas między zderzeniami	25 ns
Liczba protonów w paczce	10^{11}
Średnia liczba zderzeń <i>pp</i> w zderzeniu paczek	~ 14

Tabela 3: Parametry wiązki *pp* w akceleratorze LHC

W czterech punktach przecięcia wiązek pracować będą cztery detektory: dwa detektory ogólnego przeznaczenia ATLAS i CMS, zorientowany na fizykę kwarków *b* LHC-B, oraz przeznaczony do badania zderzeń ciężkich jonów detektor ALICE.



Rysunek 7: Schemat akceleratora LHC

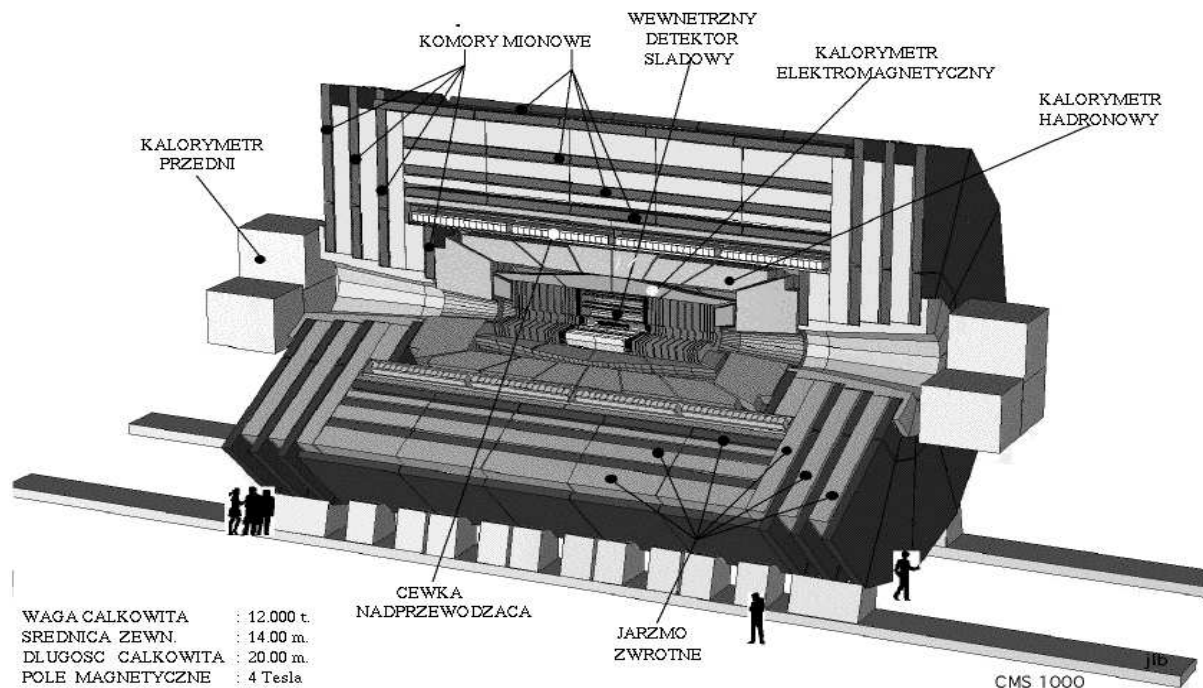
3.2. Detektor CMS

Detektor Compact Muon Solenoid (CMS) będzie jednym z dwóch pracujących przy akceleratorze LHC detektorów ogólnego przeznaczenia. Założeniem projektu było skonstruowanie detektora umożliwiającego, przy dużej świetlności akceleratora, jak najbardziej precyzyjny pomiar mionów, fotonów i elektronów. Projekt techniczny jest opisany w dokumentach [19], [20], [21]. CMS będzie miał typową dla detektorów w fizyce wysokich energii strukturę beczki (ang. *barrel*), zamkniętej od obu stron pokrywami (ang. *endcaps*). Schematyczny widok przedstawia Rys. 8. Przekrój podłużny i poprzeczny przedstawiają Rys. 9 i Rys. 10. Generowane przez nadprzewodzącą cewkę pole magnetyczne o indukcji 4 T zapewni dokładny pomiar pędu obserwowanych cząstek. Duży (~ 3 m) promień cewki pozwoli na umieszczenie wewnątrz całego systemu kalorymetrii. Taka konfiguracja umożliwi dokładny pomiar energii, nie zaburzony przez obecność cewki magnesu.

Najbliżej punktu oddziaływania znajdował się będzie wewnętrzny detektor śladowy (*inner tracker*), składający się z krzemowego detektora mozaikowego (*silicon pixel detector*), oraz krzemowego detektora mikropaskowego (*silicon microstrip detector*). Zadaniem detektora śladowego będzie pomiar pędów cząstek naładowanych, oraz rekonstrukcja pierwotnego wierzchołka oddziaływania i wierzchołków wtórnych. Obszar pseudopospiesznosci^{a)} pokryty przez detektor to $|\eta| < 2,5$. Dokładność pomiaru pędu $\Delta p / p$ dla cząstek o pędzie poprzecznym 500 GeV wahać się będzie od $1,5\% p_t \oplus 0,5\%$ ^{b)} w obszarze centralnym do $4,5\% p_t \oplus 0,9\%$ dla $|\eta| = 2,25$. Efektywność rekonstrukcji śladów cząstek w zakresie $|\eta| < 2,4$ przekracza ma 90%.

a. Pseudopospiesznosc definiuje się wzorem $\eta = -\ln \tan \theta/2$, gdzie θ to kąt między pędem cząstki a osią wiązki.

b. Zastosowano tu skrótową notację $a \oplus b = \sqrt{a^2 + b^2}$. We wzorach występuje wartość p_t wyrażona w GeV.



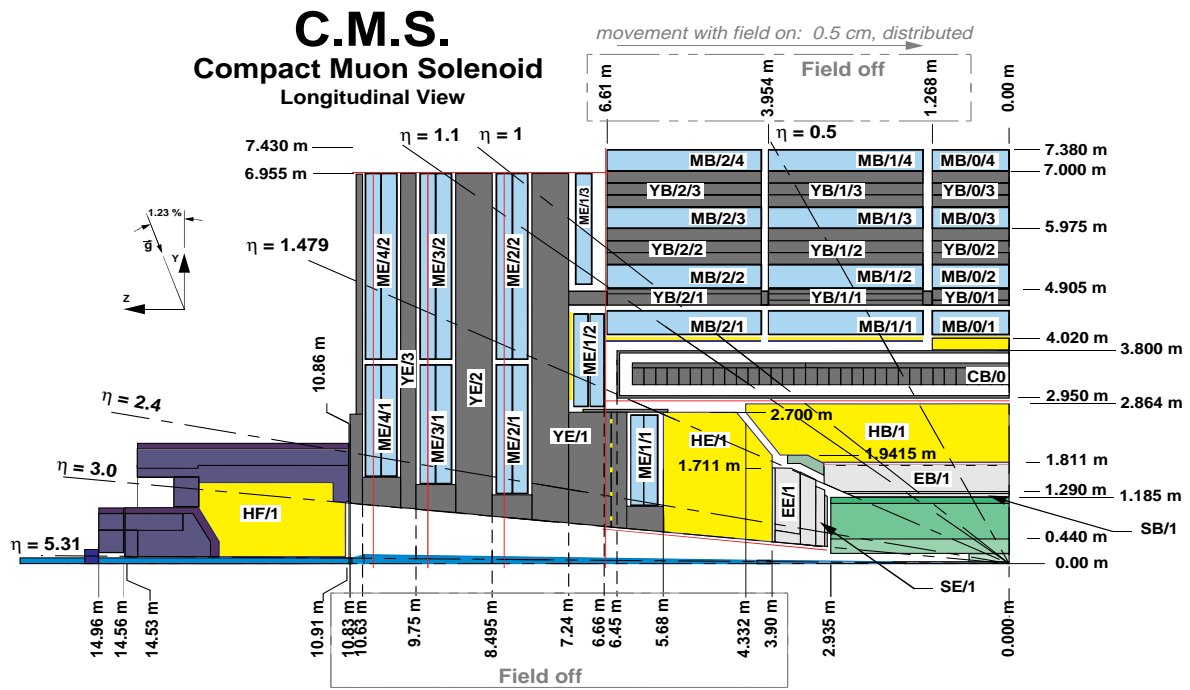
Rysunek 8: Schemat detektora CMS.

Kolejny element detektora to kalorymetr elektromagnetyczny (na rysunkach oznaczony *EB*, *EE*). Będzie on używany do pomiaru energii powstałych w zderzeniu fotonów i elektronów. Duża dokładność pomiaru jest bardzo ważna ze względu na poszukiwany rozpad lekkiego Higgsa na dwa fotony. Dobre parametry uzyskane zostaną dzięki wykorzystaniu jako materiału kryształów PbWO_4 . Parametryzacja rozdzielczości kalorymetru dyskutowana będzie w rozdziale 4. Obszar pseudopospieszności pokryty przez detektor to $|\eta| < 1,6$ w beczce i $1,6 < |\eta| < 2,6$ w pokrywach.

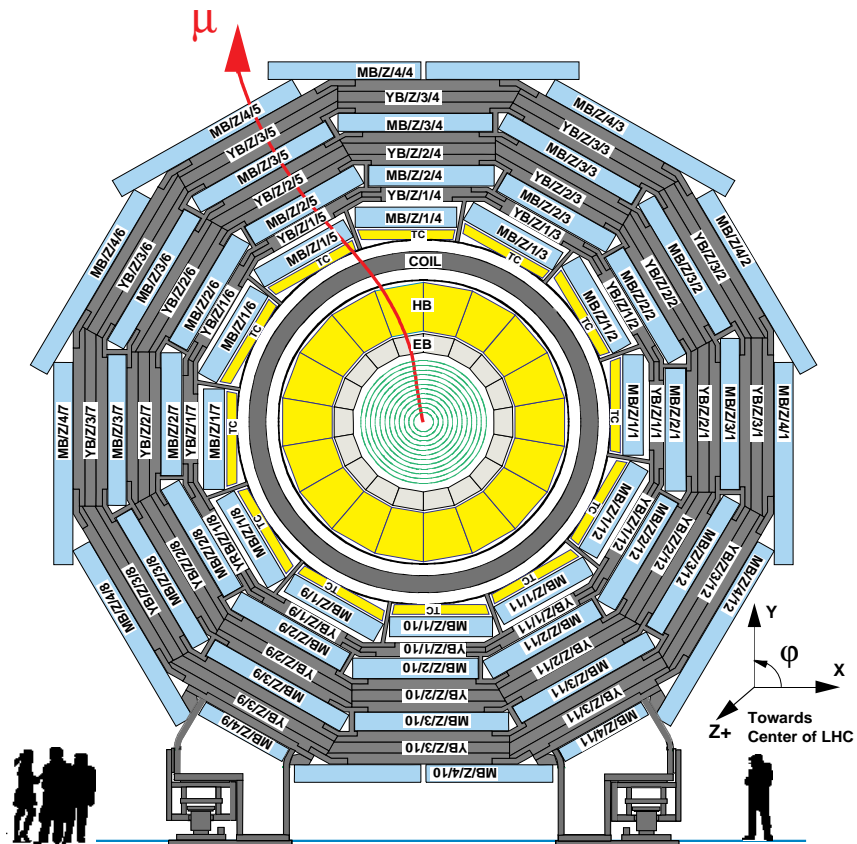
Kalorymetr hadronowy (*HB*, *HE*) jest następnym elementem detektora, pokrywającym zakres $|\eta| < 3,0$. Zbudowany będzie z warstw plastikowego scyntylatora, umieszczonych na przemian z warstwami miedzi. Rozdzielczość energetyczna dla pojedynczego hadronu dla $\eta = 0$ będzie na poziomie $\Delta E/E = 65\% / \sqrt{E} \oplus 5\%$. Kalorymetr przedni (*HF*), umieszczony przy wylocie rury wiązki, i pokrywający zakres do $|\eta| < 5,0$, zapewni dobrą hermetyczność układu. Jest ona istotna zarówno dla zapewnienia dużej akceptacji dżetów, jak i dla dokładności wyznaczenia brakującej energii poprzecznej w zderzeniu.

Cały system kalorymetrów, z wyjątkiem kalorymetru przedniego, znajdować się będzie wewnątrz nadprzewodzącej cewki o promieniu 3 m i długości około 13 m, generującej pole magnetyczne 4 T. Na zewnątrz cewki znajdować się będą warstwy żelaza, będące jarzmem zwrotnym magnesu ($B = 1,8 \text{ T}$), i absorbujące resztki kaskad hadronowych. Pomędzy warstwami żelaza umieszczone będą stacje systemu mionowego.

System mionowy został zaprojektowany jako układ detekcyjno-wyzwalający [21]. W skład stacji mionowych wchodzić będą komory dryfowe (*DTBX*, na rysunkach podpisane *MB*) w beczce i komory z segmentowaną katodą (*CSC*, na rysunkach *ME*) w pokrywach, oraz komory opornościowe (*RPC*, na rysunkach *RB*, *RE*) w pokrywach i w beczce. Obszar kątowy pokryty przez detektory mionowe to $|\eta| < 2,4$. Rozdzielczość pędowa dla dużych pędów, przy założeniu wykorzystania informacji z komór mionowych i z wewnętrznego detektora śladowego, będzie dyskutowana w rozdziale 4.



Rysunek 9: Przekrój podłużny przez detektor CMS.



Rysunek 10: Przekrój poprzeczny detektora CMS.

Ze względu na funkcję wyzwalającą systemu mionowego, ważna jest bardzo dobra czasowa i przestrzenna zdolność rozdzielcza detektorów. Umożliwi ona szybką identyfikację mionów, przypisanie ich do odpowiednich przecięć wiązek, i znajdowanie mionów o dużym pędzie poprzecznym, które są charakterystyczną sygnaturą wielu interesujących procesów, m.in. produkcji cząstek supersymetrycznych, bozonu Higgsa, oraz omawianych w niniejszej pracy wzbudzonych grawitonów.

Średnia częstość zderzeń pp w LHC będzie rzędu 1 GHz. Zapisanie jednego przypadku wymagać będzie około 1 MB pamięci, co gdyby chcieć przechowywać informacje a wszystkich zderzeniach, daje po przemnożeniu astronomiczną liczbę 1 TB danych do zapisania na sekundę. Z drugiej strony fizycznie interesujące procesy zachodzą bardzo rzadko. To właśnie powoduje, że świetlność akceleratora musi być tak duża, w przeciwnym razie na pojawienie się ciekawego przypadku trzeba by czekać latami. Ponieważ większość przypadków stanowią procesy mało interesujące, w detektorze stosuje się system wyzwalający, tzw. tryger (ang. *trigger*), automatycznie odrzucający nieinteresujące przypadki i redukujący ilość danych zapisywanych na nośnikach.

Tryger w CMS [20] będzie składał się z kilku stopni, dokonujących systematycznej redukcji liczby zapisywanych przypadków na podstawie coraz to dokładniejszych danych na kolejnych stopniach. Tryger pierwszego stopnia ($L1$), korzystając ze zgrubnych danych z kalorymetrów i systemu mionowego, nakładać będzie pierwsze cięcia, redukując częstość przypadków do ~ 100 kHz. Poszukiwane sygnatury, to przede wszystkim leptony i fotony o dużym pędzie poprzecznym, brakująca energia poprzeczna, dżety o dużym pędzie poprzecznym, lub bardziej złożone obiekty, takie jak pary mionów, mion plus dwa dżety, elektron plus brakująca energia itp. Drugi stopień trygera ($L2$) będzie miał za zadanie zmniejszenie częstotliwości przypadków do 5-10kHz, poprzez wykorzystanie pełnej zdolności rozdzielczej detektorów. Dalsze stopnie wykorzystywać będą informacje z wewnętrznego detektora śladowego, redukując tempo zapisywania danych na nośnikach do zaplanowanych w projekcie 100 przypadków na sekundę. Projekt trygera zakłada zbudowanie pierwszego stopnia opartego na dedykowanych procesorach, natomiast wyższe stopnie realizować będzie farma komputerów, co umożliwi późniejsze modyfikacje parametrów i algorytmów systemu wyzwalania.

4. Symulacja fizyczna

Jako proces mający posłużyć za “sygnał z wyższego wymiaru” w niniejszej pracy wybrano produkcję pierwszego masywnego wzbudzenia grawitonu z modelu Randall-Sundrum, i rozpad tak powstałej cząstki na parę leptonów. Zaletami tego kanału rozpadu są jego czystość i uniwersalność - tło pochodzące z Modelu Standardowego to głównie proces Drell-Yan $pp \rightarrow Z^0/\gamma \rightarrow ll$. Sygnaturą poszukiwanego procesu są leptony o dużym pędzie poprzecznym, zawsze brane pod uwagę przy konstrukcji systemu wyzwalania w detektorze, jako potencjalne źródło “nowej fizyki”. W tym przypadku są to leptony o *wyjątkowo* dużym pędzie poprzecznym. Leptony pochodzące z rozpadu cząstki Higgsa, najbardziej chyba poszukiwane, mają pędy w okolicach 50 GeV, natomiast przy rozpadzie grawitonu o masie np. 3 TeV można oczekiwać cząstek o pędzie ponad 1 TeV! Tak spektakularny przypadek trudno będzie przegapić.

Do symulacji sygnału i tła wykorzystano niezależnie dwa generatory Monte Carlo - PYTHIA 6.157 [22] i HERWIG 6.201 [23]. W obu zaimplementowane są procesy produkcji i rozpadu masywnych wzbudzeń grawitonów opisanych w modelu Randall-Sundrum.

4.1. Sygnał: proces $pp \rightarrow G_{KK}$

Aby w możliwie ogólny sposób zbadać możliwości testowania modelu RS w eksperymencie CMS, przeprowadzono symulacje dla różnych parametrów wejściowych modelu, pokrywając cały zakres zasugerowany w pracy [24].

Postępowanie dla obu generatorów było identyczne. Ustalono energię w środku masy 14 TeV, i wybrano protony jako cząstki wiązki. Jako jedyny symulowany proces ustawiono produkcję grawitonów. Ze wszystkich cząstek w stanie końcowym wybierano leptony^{a)}. Wstępnie odrzucono cząstki spoza obszaru akceptacji detektora, nakładając warunki $|\eta| < 2,4$ dla mionów i $|\eta| < 3,0$ dla elektronów. Dla wybranych w ten sposób leptonów zapisywano na dysku (w formacie *ntuple*) informację o rodzaju i pędzie każdego z nich. W sumie wysymulowano w każdym z generatorów po 20 różnych grawitonów (dla różnych parametrów teorii), 100000 przypadków dla każdego.

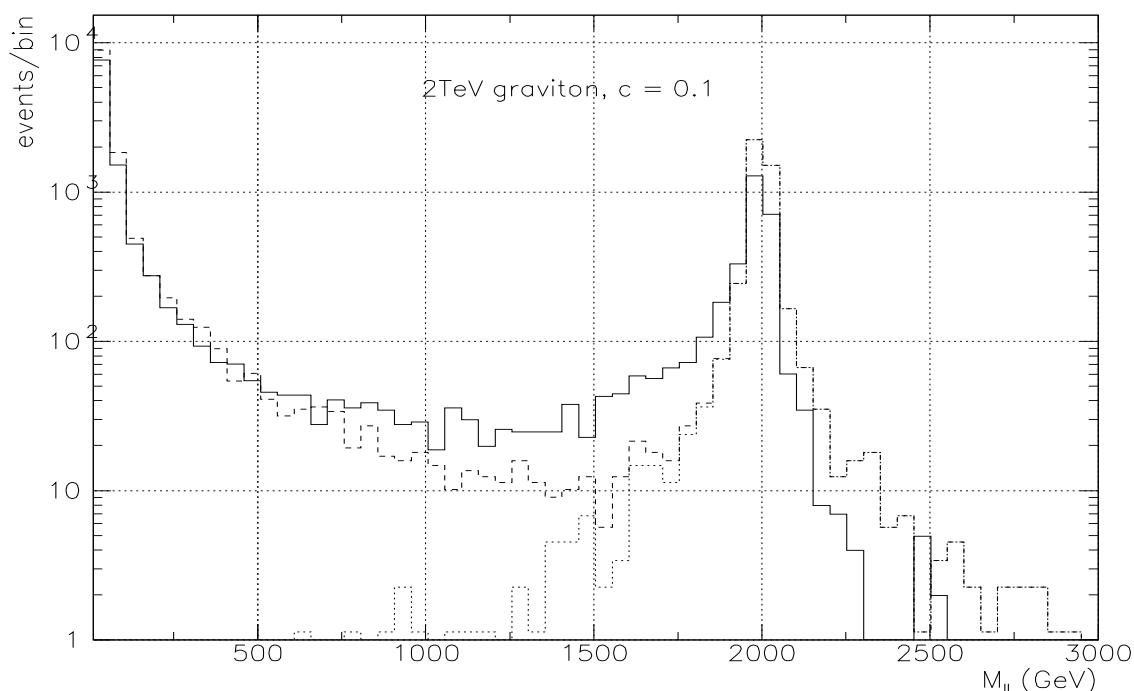
Porównanie wyników symulacji z obu generatorów przedstawia Rys. 11. Pokazane liczby przypadków odpowiadają okresowi jednego roku pracy akceleratora przy maksymalnej świetlności $L = 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$, co daje 100 fb^{-1} scałkowanej świetlności. Na wykresie masy niezmienniczej pary leptonów wyraźnie widać rezonans - wzbudzony grawiton. Kształt rezonansu jest asymetryczny. Nadmiarowe przypadki pojawiające się po lewej stronie maksimum to leptony nie pochodzące bezpośrednio z rozpadu grawitonu. Grawiton rozpadał się na dowolne cząstki - wszystkie możliwe fermiony i bozony z modelu standardowego, rozpady na elektrony i miony to około 4% wszystkich rozpadów. Leptony tworzące niskoenergetyczny “ogon” rozkładu pochodzą z rozpadów taonów, oraz bozonów W i Z . Histogram zaznaczony linią kropkowaną pokazuje jak wyglądałby rozkład przypadków gdyby grawiton rozpadał się tylko leptonowo.

Rozkłady pochodzące z Pythii i z Herwiga różnią się kształtem. Jest to wynik zastosowania w tych generatorach różnych metod obliczania przekrojów czynnych. Różnicę wyraźnie widać na Rys. 11. Pythia generuje więcej przypadków po lewej, a mniej po prawej stronie maksimum. Źródło tego widać na Rys. 12, pokazującym rozkład mas generowanych grawitonów. Masy grawitonów pochodzących z Herwiga rozkładają się symetrycznie wokół maksimum, podczas gdy rozkład dla Pythii przypomina kształtem Rys. 11. Przyczyna jest

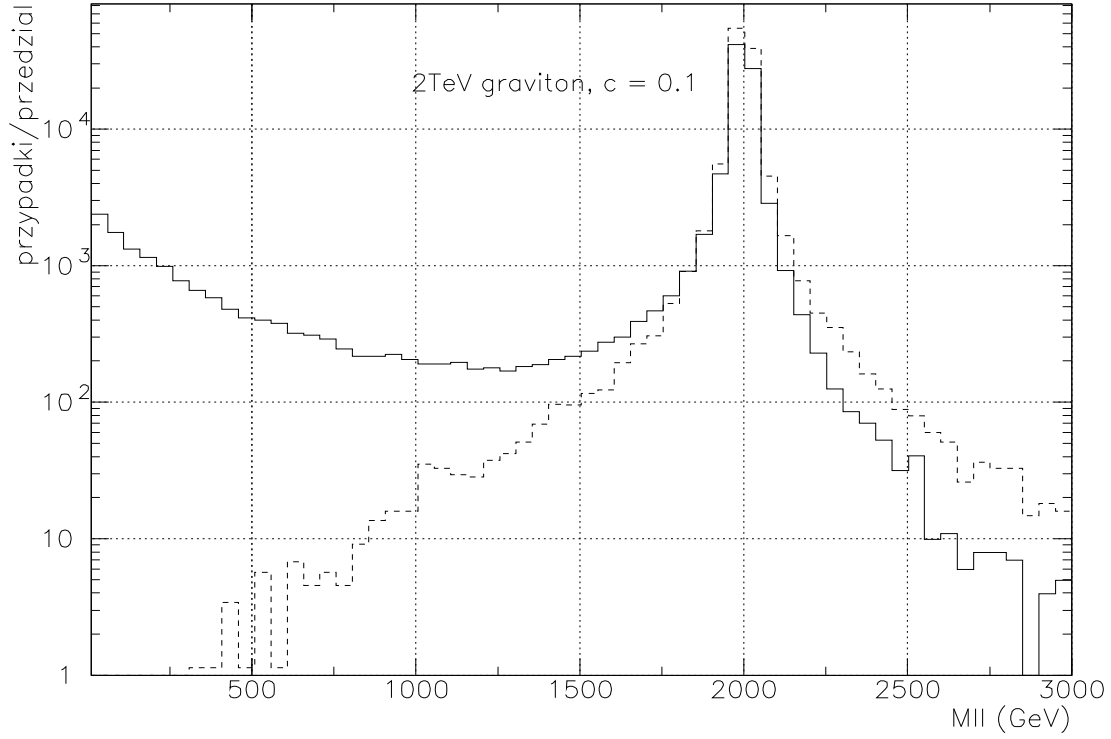
a. Tu i w dalszej części pracy jako leptony przyjmuje się tylko elektrony i miony.

następująca: Herwig gdy generuje przypadek, oblicza wartość przekroju czynnego na produkcję grawitonu w maksimum rezonansu, po czym rozmywa masę cząstki wokół tego maksimum, zgodnie z rozkładem Breita-Wignera o odpowiedniej szerokości. Pythia robi odwrotnie - najpierw losuje masę cząstki, a następnie liczy przekrój czynny na produkcję cząstki o takiej masie. W zderzeniu pary protonów grawiton produkowany jest przez oddziaływanie dwóch partonów. Prawdopodobieństwo znalezienia w zderzających się protonach pary partonów o danej energii w środku masy jest szybko malejącą funkcją tej energii. Konsekwencje tego widać na rozkładzie mas grawitonów generowanych w Pythii, na Rys. 12. Produkcja grawitonów o masach większych od nominalnej jest tłumiona, natomiast duże prawdopodobieństwo oddziaływania partonów o małej energii pozwala na produkcję bardzo lekkich grawitonów.

Przekroje czynne otrzymane w symulacjach pokazuje Tabela 4. Przybliżenie zastosowane w Herwigu jest dobre w przypadku wąskiego rezonansu; dla małych mas i sprzężeń wartości otrzymane z obu generatorów są zbliżone (szerokości poszczególnych grawitonów przedstawia Tabela 6 na str. 24). Dla ciężkich grawitonów pojawiają się różnice o czynnik ponad 10 - większość symulowanych w Pythii grawitonów ma masy dużo mniejsze od nominalnej, natomiast grawitony generowane w Herwigu powstają w bardzo rzadkich procesach o energiach w środku masy zderzających się partonów powyżej 3 TeV. Końcowy efekt jest taki, że po normalizacji rozkładów do podanych przez generatory przekrojów czynnych, maksimum rezonansu jest około dwa razy wyższe dla danych z Herwiga.



Rysunek 11: Grawiton o masie 2 TeV, $c = 0,1$. Porównanie wyników symulacji z Pythii (linia ciągła) i Herwiga (linia przerywana - wszystkie leptony i linia kropkowana - leptony pochodzące bezpośrednio z rozpadu grawitonu). Na osi poziomej odłożona została masa niezmiennicza par leptonów, zaś na osi pionowej liczby przypadków w każdym przedziale histogramu.



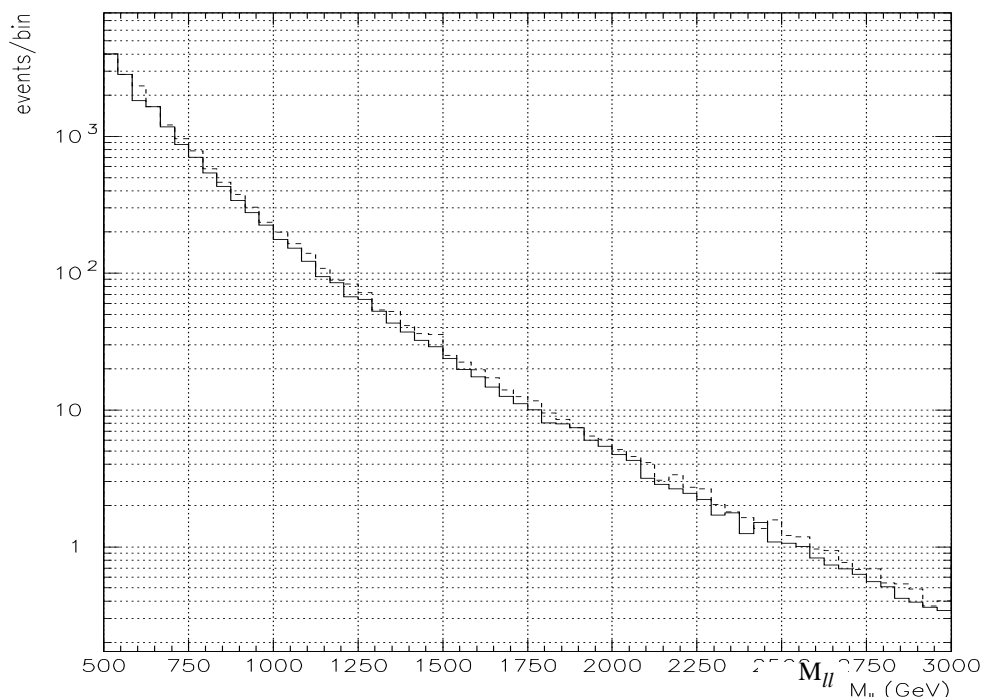
Rysunek 12: Porównanie rozkładów masy wysymulowanych grawitonów dla Pythii (linia ciągła) i Herwiga (linia przerywana). Rozkłady zostały znormalizowane do podanych przez generatory przekrojów czynnych - wykres przedstawia grawitony wyprodukowane przy świetłości 100 fb^{-1} .

Generator	m_G [GeV]	$c=0,01$	$c=0,02$	$c=0,05$	$c=0,07$	$c=0,10$	$c=0,20$
PYTHIA	1000	$3,93 \times 10^{-10}$	$1,58 \times 10^{-09}$	$1,00 \times 10^{-08}$		$4,14 \times 10^{-08}$	
	1500	$4,53 \times 10^{-11}$		$1,16 \times 10^{-09}$		$4,99 \times 10^{-09}$	
	2000	$8,44 \times 10^{-12}$		$2,20 \times 10^{-10}$		$9,90 \times 10^{-10}$	
	3000	$5,69 \times 10^{-13}$		$1,59 \times 10^{-11}$	$3,48 \times 10^{-11}$	$8,57 \times 10^{-11}$	
	4000			$1,95 \times 10^{-12}$		$1,46 \times 10^{-11}$	$1,67 \times 10^{-10}$
	5000					$4,27 \times 10^{-12}$	$6,09 \times 10^{-11}$
	6000						$2,80 \times 10^{-11}$
HERIWG	1000	$5,77 \times 10^{-10}$	$2,31 \times 10^{-09}$	$1,44 \times 10^{-08}$		$5,73 \times 10^{-08}$	
	1500	$6,50 \times 10^{-11}$		$1,62 \times 10^{-09}$		$6,44 \times 10^{-09}$	
	2000	$1,14 \times 10^{-11}$		$2,86 \times 10^{-10}$		$1,13 \times 10^{-09}$	
	3000	$6,84 \times 10^{-13}$		$1,71 \times 10^{-11}$	$3,34 \times 10^{-11}$	$6,78 \times 10^{-11}$	
	4000			$1,56 \times 10^{-12}$		$6,23 \times 10^{-12}$	$2,48 \times 10^{-11}$
	5000					$6,75 \times 10^{-13}$	$2,84 \times 10^{-12}$
	6000						$3,56 \times 10^{-13}$

Tabela 4: Przekroje czynne (podane w mb) dla wysymulowanych grawitonów.

4.2. Symulacja tła

Symulacja tła przebiegała podobnie, jak symulacja sygnału. W Modelu Standardowym pary leptonów o dużej masie niezmienniczej pochodzą głównie z procesu Drella-Yana $pp \rightarrow Z^0/\gamma \rightarrow ll$. Generatory zaprogramowane zostały tak, by symulowały proces $pp \rightarrow Z^0/\gamma$. Podobnie, jak w przypadku grawitonów, symulowano jednorazowo po 10000 przypadków, odnajdowano leptony w stanie końcowym, i po nałożeniu tych samych, co w przypadku sygnału ograniczeń na η , zapisywano na dysku informacje o pędzie i rodzaju cząstki. Aby uzyskać wystarczającą statystykę przypadków dla dużych wartości masy niezmienniczej, symulację przeprowadzono osobno dla dziewięciu ustalonych przedziałów masy. Przekroje czynne w poszczególnych przedziałach pokazuje Tabela 5. Porównanie wyników symulacji dla obu generatorów pokazuje Rys. 13. Jak widać, wyniki dla obu generatorów są zgodne ze sobą.



Rysunek 13: Porównanie wyników symulacji tła w Herwigu (linia przerywana) i w Pythii (linia ciągła).

Zakres masy [GeV]	PYTHIA	HERWIG
10 - 110	$1,10 \times 10^{-04}$	$1,08 \times 10^{-05}$
110 - 400	$7,99 \times 10^{-07}$	$4,85 \times 10^{-07}$
400 - 800	$3,94 \times 10^{-09}$	$3,69 \times 10^{-09}$
800 - 1500	$2,97 \times 10^{-10}$	$2,87 \times 10^{-10}$
1500 - 2500	$1,86 \times 10^{-11}$	$1,81 \times 10^{-11}$
2500 - 3500	$1,03 \times 10^{-12}$	$9,93 \times 10^{-13}$
3500 - 4500	$8,77 \times 10^{-14}$	$8,47 \times 10^{-14}$
4500 - 5500	$8,80 \times 10^{-15}$	$8,34 \times 10^{-15}$
5500 - 7000	$9,82 \times 10^{-16}$	$8,80 \times 10^{-16}$

Tabela 5: Przekroje czynne dla procesu Drell-Yan w wysymulowanych przedziałach masy niezmienniczej.

4.3. Symulacja detektora - CMSJET

Następnym etapem w przygotowaniu danych do analizy jest symulacja detektora CMS. Do tego celu wykorzystany został program CMSJET 4.703 [25]. Zasada działania programu w przypadku leptonów jest bardzo prosta. Na początku na pęd poprzeczny i pseudospieszość badanych cząstek nakładane są warunki odpowiadające obszarowi akceptacji detektora. Znając geometrię urządzenia, program ustala które jego elementy rejestrują badaną cząstkę, i rozmywa jej pęd zgodnie z charakterystyką odpowiedniego systemu detekcji. Takie podejście umożliwia otrzymanie rozsądnego przybliżenia odpowiedzi detektora dla ok. 10^7 cząstek w skończonym czasie (około jednej doby CPU).

Symulację przeprowadzono dla wszystkich wygenerowanych danych - dla sygnału i tła. Wpływ detektora na sygnał pokazuje Rys. 14. Dane pochodzące z generatora są praktycznie takie same dla elektronów i mionów. Po symulacji detektora, poza zmniejszeniem liczby przypadków na skutek ograniczonej efektywności detektora, nastąpiło także rozmycie maksimum, szczególnie dla mionów o dużych pędach. Pędy mionów mierzone są na podstawie zakrzywienia w polu magnetycznym, więc dla bardzo szybkich cząstek dokładność pomiaru jest mała - tory są prawie proste. Przy założeniu, że w pomiarze wykorzystywane są informacje z komór mionowych i z wewnętrznego detektora śladowego, rozdzielczość pędową systemu mionowego w przybliżeniu opisuje wzór ([21], [26])

$$\frac{\Delta p}{p} \% = 4\% \sqrt{p} \quad (11)$$

gdzie pęd mionu p jest wyrażony w TeV.

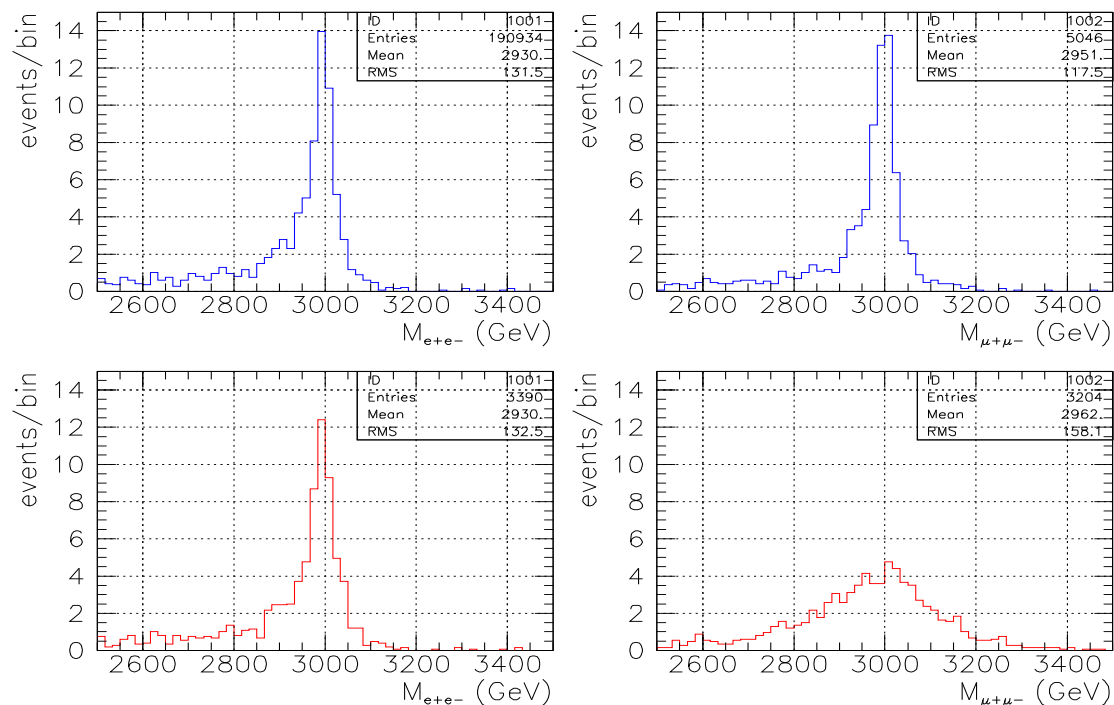
Pędy elektronów mierzy kalorymetr elektromagnetyczny, rozmycie jest w typową dla kalorymetrów funkcją energii^{a)}:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{a}{\sqrt{E}} \oplus \frac{b}{E} \oplus c \quad (12)$$

a. Dla elektronu o pędzie rzędu GeV, lub większym, masa jest zaniedbywalnie mała w stosunku do energii. Pojęcia energii i wartości pędu można używać zamiennie (w przyjętym układzie jednostek - patrz przypis na stronie 3).

gdzie parametry a , b i c reprezentują odpowiednio szum stochastyczny, szum elektroniki i człon stały, wynikający z niejednorodności detektora. Wartości tych parametrów użyte w programie CMSJET, to, odpowiednio, 5,7%, 19,5% i 0,55% w beczce i 2,7%, 21% i 0,55% w pokrywach (dla E wyrażonego w GeV).

Dane otrzymane z symulacji detektora zostały zapisane na dysku w podobnym formacie, jak wyniki z generatora. Dla każdej cząstki zapisano jej rodzaj, oraz mierzony w detektorze pęd.



Rysunek 14: Grawiton o masie $m_G = 3$ TeV i $c = 0,1$. Wykresy przedstawiają rozkład masy niezmienniczej par elektronów i mionów dla danych bezpośrednio z generatora Herwig (na górze), oraz po symulacji detektora (na dole). Kształty rozkładów różnią się od Rys. 11 w wyniku zastosowania tutaj skali liniowej.

5. Analiza danych

Po przygotowaniu wszystkich danych, zostały one poddane analizie, mającej na celu porównanie sygnału i tła z Modelem Standardowego i znalezienie obszaru na płaszczyźnie parametrów modelu RS, który może zbadać eksperyment CMS. Zaobserwowanie sygnału sprowadza się do znalezienia w określonym zakresie masy nadmiaru leptonów, pochodzącego z rozpadu wzbudzonego grawitonu. Analiza polegała więc na odpowiednim dobraniu okna w masie niezmienniczej leptonów, policzeniu przypadków sygnału i tła w tym oknie i obliczeniu stosunku sygnału do tła.

5.1. Wyznaczanie liczebności sygnału i tła

Na obserwowaną szerokość rezonansu mają wpływ dwie wielkości: szerokość samego grawitonu, oraz rozmycie wprowadzone przez detektor. Szerokości rozpadu G_{KK} na elektrony i miony są praktycznie równe, natomiast wpływ detektora jest dużo większy dla mionów (w interesującym nas zakresie pędów). Z tego powodu analiza będzie prowadzona osobno dla elektronów i mionów. Szerokości poszczególnych grawitonów według generatora Herwig podaje Tabela 6. Pythia daje podobne wartości, choć obarczone większym błędem ze względu na silniejsze rozmycie lewego zbocza maksimum (zob. Rys. 11, str. 19). Całkowitą obserwowaną szerokość rezonansu w przybliżeniu opisuje wzór

$$\Gamma_{\text{obs}} \approx \sqrt{\Gamma_1^2 + 2(\Delta E)^2} \quad (13)$$

gdzie Γ_1 to szerokość grawitonu, a ΔE to niepewność pomiaru energii elektronu lub mionu (opisana równaniami (11) i (12)) dla cząstki o pędzie m_G .

m_G [GeV]	$c=$ 0,01	$c=$ 0,02	$c=$ 0,05	$c=$ 0,07	$c=$ 0,10	$c=$ 0,20
1000	0,1	0,6	3,5		14,1	
1500	0,2		5,3		21,3	
2000	0,3		7,1		28,4	
3000	0,4		10,6	20,9	42,6	
4000			14,2		56,8	227,2
5000					71,0	284,0
6000						340,8

Tabela 6: Szerokości (w GeV) poszczególnych grawitonów.

Szerokość okna dla cięć w masie musi być odpowiednio dobrana, żeby z jednej strony zmieścić jak najwięcej przypadków sygnału, a z drugiej jak najmniej tła. W badanym procesie tło szybko maleje wraz ze wzrostem rozważanych mas grawitonów, i w okolicy 3 TeV praktycznie zanika. Z tego powodu opłaca się ustalić szerokie okno, żeby mieć dobrą czułość dla najcięższych grawitonów.

Ostatecznie szerokość ustalono na $\pm 2\Gamma_{\text{obs}}$. W tak utworzonym oknie obliczono oczekiwaną liczbę przypadków sygnału N_S oraz tła N_B , dla 100 fb^{-1} scałkowanej świetlności akceleratora. Liczbę leptonów zaobserwowanych w oknie opisuje rozkład Poissona, więc błąd liczby przypadków tła wynosi $\pm\sqrt{N_B}$. Jako kryterium odkrycia nowego efektu przyjmuje się

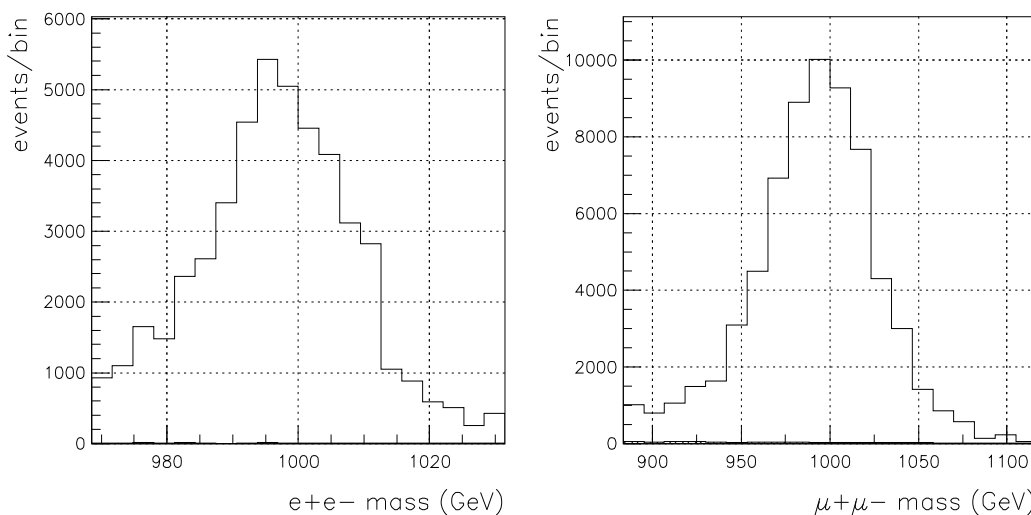
zaobserwowanie liczby przypadków większej o dwa odchylenia standardowe $\sqrt{N_B}$ od oczekiwanej liczby przypadków tła. Całkowita liczba przypadków sygnału i tła $N^{obs} = N_S^{obs} + N_B^{obs}$ podlega również rozkładowi Poissona, o wartości oczekiwanej $N_S + N_B$. Może się zdarzyć, że będzie ona mniejsza niż wymagane do odkrycia $N_B + 2\sqrt{N_B}$, mimo prawdziwości badanej hipotezy. Prawdopodobieństwo P takiego zdarzenia wynosi:

$$P(N^{obs} < N_B + 2\sqrt{N_B}) = \sum_{k=0}^{N_B + 2\sqrt{N_B}} \frac{(N_S + N_B)^k}{k!} e^{-(N_S + N_B)} \quad (14)$$

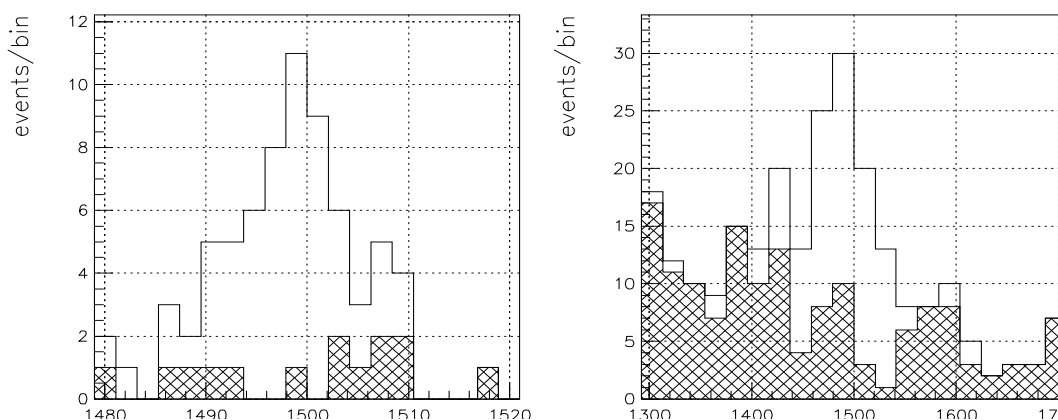
Znając oczekiwane wartości N_S i N_B można zatem obliczyć prawdopodobieństwo, że badana teoria nie zostanie przypadkowo wykluczona, równe $1 - P$. Jest to poziom ufności, na jakim hipotezę można w danym przypadku odrzucić.

5.2. Wyniki

Poniższe przykłady pokazują rozkłady sygnału i tła dla kilku wybranych wartości parametrów modelu. Wszystkie poniższe rysunki wykonane zostały na podstawie symulacji z Pythii. Otrzymane dla obu generatorów liczby przypadków sygnału i tła zawierają Tabela 7 i Tabela 8. W wynikach z Pythii mionów sygnału jest wyraźnie więcej niż elektronów. Przyczyna leży tu w asymetrycznym kształcie wysymulowanego rezonansu. Jest on taki sam dla obu rodzajów cząstek, ale w przypadku mionów, dla których rozmycie wprowadzane przez detektor jest dużo większe, większa część lewostronnego “ogona” znajduje się w badanym przedziale masy. Dla elektronów duża liczba przypadków pozostaje poza przedziałem, przez co liczebność sygnału jest mniejsza. W danych z Herwiga efekt nie jest tak widoczny, ponieważ rezonans jest bardziej symetryczny.



Rysunek 15: Sygnał dla grawitonu o masie 1000 GeV i sprzężeniu $c = 0,1$. Tło, praktycznie niewidoczne, pokazuje zakresowany histogram.

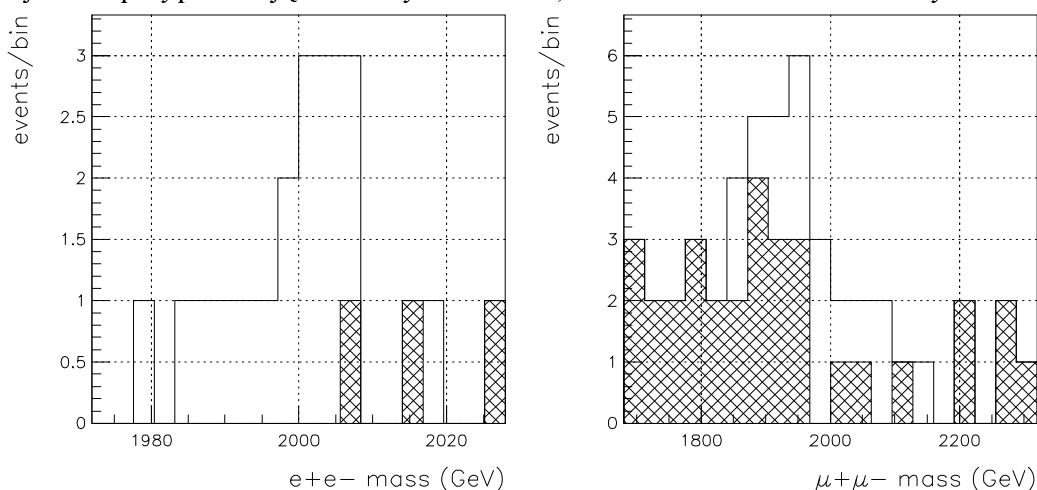


Rysunek 16: Sygnał i tło (zakresowany histogram) dla $m_G = 1000$ GeV i $c = 0,01$.

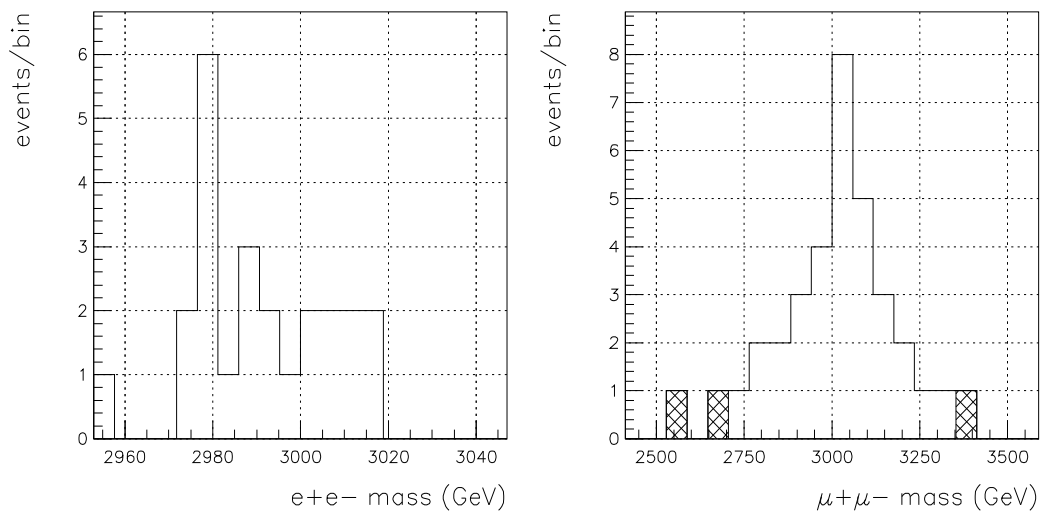
Najbardziej optymistyczny wariant przedstawia Rys. 15. Lekki, silnie sprzężony grawiton jest bardzo łatwy do wykrycia. Tło jest zaniedbywalne, całkowicie przykrywa je sygnał od grawitonu. Po dziesięciokrotnym zmniejszeniu sprzężenia grawitonu (Rys. 16), liczby przypadków maleją około dziesięciokrotnie. Tło również nieznacznie się zmniejsza, w wyniku zwężenia maksimum.

Rys. 17 pokazuje przypadek nieco trudniejszy - grawiton o masie 2 TeV i sprzężeniu, podobnie jak w przypadku poprzednim wynoszącym 0,01. Tak ciężka cząstka produkuje się już dużo rzadziej, i zaobserwowanie jej staje się bardziej skomplikowane. Oczekiwane liczby par elektronów sygnału i tła to 11 i 3, co daje prawdopodobieństwo przypadkowego wykluczenia modelu na poziomie 3,3%. Tło dla mionów jest większe, ze względu na dużą szerokość okna. Liczby przypadków sygnału i tła na poziomie, odpowiednio, 15 i 44, dają 48% szansy na zgubienie sygnału wśród tła.

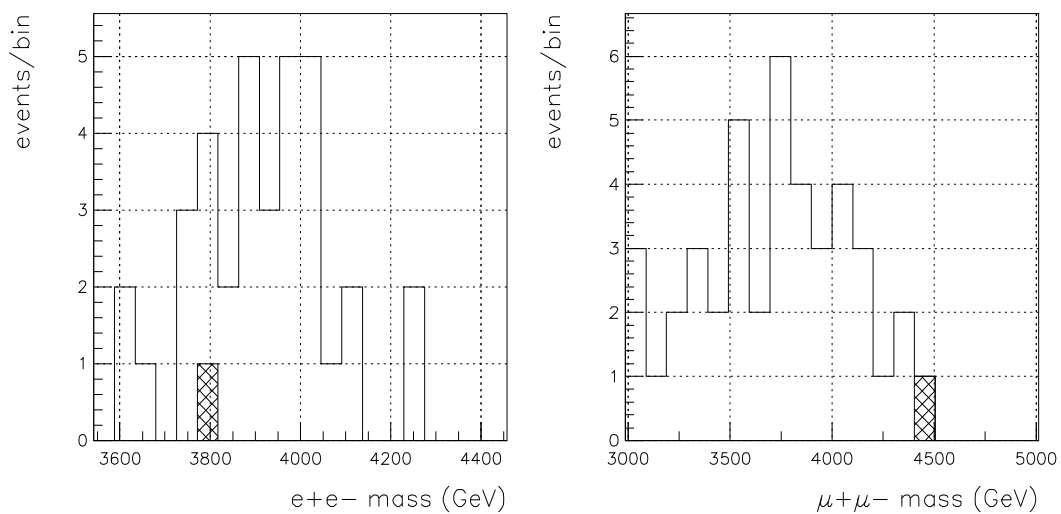
Zwiększenie sprzężenia grawitonu c do wartości 0,2 pozwala zaobserwować grawiton o masie 4 TeV (Rys. 19). Mimo dużej masy, rezonans jest wyraźnie widoczny, choć jest bardzo szeroki. Tło praktycznie zanikło, z całym zakresie 3000-5000 GeV dla mionów, pojawia się tylko jeden przypadek pochodzący z tła. Dalsze zwiększanie masy grawitonu powoduje zanik sygnału - na Rys. 20 przedstawiony został najcięższy z badanych grawitonów - G_{KK} o masie 5 TeV. Tak ciężka cząstka jest już poza zasięgiem eksperymentu, pojedyncze przypadki w niczym już nie przypominają struktury rezonansu, i trudno cokolwiek z nich wywnioskować.



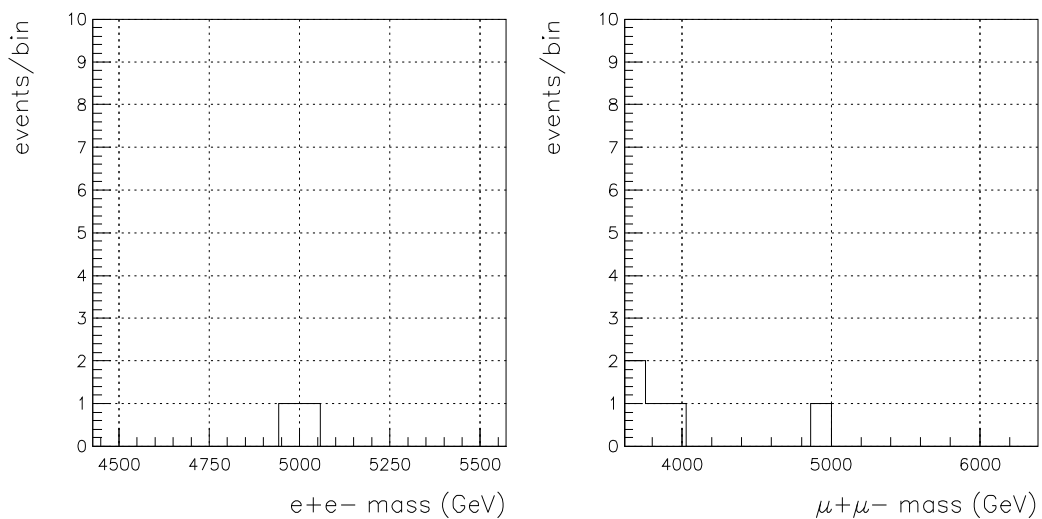
Rysunek 17: Sygnał i tło dla $m_G = 2000$ GeV i $c = 0,01$.



Rysunek 18: Sygnał i tło dla $m_G = 3000$ GeV i $c = 0,05$.



Rysunek 19: Sygnał i tło dla $m_G = 4000$ GeV i $c = 0,2$.



Rysunek 20: Sygnał i tło dla $m_G = 5000$ GeV i $c = 0,2$.

Sygnal	m_G [GeV]	$c=$ 0,01	$c=$ 0,02	$c=$ 0,05	$c=$ 0,07	$c=$ 0,10	$c=$ 0,20
e^+e^-	1000	490/65	2028/65	11770/72		45953/148	
	1500	56/13,8		1361/15,4		5244/30	
	2000	10,8/3,1		255/3,6		1042/7,2	
	3000	0,7/0,3		15,4/0,4	31/0,4	69/0,7	
	4000			1,5/0,04		6,7/0,1	33/0,3
	5000					0,8/0,01	3,2/0,04
	6000						0,3/0,01
$\mu^+\mu^-$	1000	716/540	2861/540	16120/541		65370/557	
	1500	80/138		2039/139		8234/141	
	2000	15/44		379/44		1477/45	
	3000	1,1/6,2		25/6,2	50/6,2	102/6,2	
	4000			2,7/1,3		10,2/1,3	42/1,6
	5000					1,2/0,4	5,2/0,3
	6000						0,8/0,1

Tabela 7: Liczby przypadków sygnału/tła dla grawitonów z generatora Pythia.

Sygnal	m_G [GeV]	$c=$ 0,01	$c=$ 0,02	$c=$ 0,05	$c=$ 0,07	$c=$ 0,10	$c=$ 0,20
e^+e^-	1000	1128/71	4543/71	26640/79		91564/160	
	1500	772/12,6		3313/14,0		11174/30	
	2000	22/3,5		521/3,9		1958/8,1	
	3000	1,3/0,4		32/0,4	56/0,5	115/0,8	
	4000			2,8/0,05		10,3/0,1	40,9/0,4
	5000					1,2/0,01	4,4/0,1
	6000						0,5/0,01
$\mu^+\mu^-$	1000	1095/590	4747/590	28253/591		108123/610	
	1500	774/151		3213/151		12809/154	
	2000	22/48		574/48		2178/49	
	3000	1,3/7,3		34/7,3	66/7,3	134/7,4	
	4000			3,0/1,4		12,0/1,5	47,3/1,9
	5000					1,3/0,3	5,1/0,4
	6000						0,6/0,1

Tabela 8: Liczby przypadków sygnału/tła dla grawitonów z generatora Herwig.

5.3. Parametryzacja statystyki sygnału i tła

Aby umożliwić wyznaczenie na płaszczyźnie parametrów c i m_G obszaru możliwego do wykluczenia na poziomie ufności 95%, konieczna była interpolacja uzyskanych wyników. Liczby przypadków sygnału i tła przedstawiono jako funkcje tych parametrów, dopasowane do punktów pochodzących z symulacji. Przy użyciu metody χ^2 dopasowano osiem zestawów współczynników, osobno dla elektronów, mionów, sygnału i tła, oraz dwóch generatorów Pythia i Herwig. Tło bardzo dobrze opisuje funkcja

$$N_B(c, m_G) = (A \cdot c^2 + B) \cdot e^{(C \cdot m_G^2 + D \cdot m_G + E)} \quad (15)$$

Pierwszy człon wiąże się z kwadratową zależnością szerokości grawitonu od sprzężenia. Liczba przypadków tła jest w przybliżeniu proporcjonalna do szerokości okna w masie niezmienniczej, która z kolei zależy od szerokości rezonansu. Człon drugi opisuje przede wszystkim wykładniczy zanik tła wraz ze wzrostem masy grawitonu. Podobna funkcja opisuje sygnał:

$$N_S(c, m_G) = (F \cdot c^2 + G \cdot c) \cdot e^{(H \cdot m_G^2 + I \cdot m_G + J)} \quad (16)$$

Interpretacja postaci funkcji jest podobna, z tą różnicą, że pierwszy człon odpowiada teraz za kwadratowy związek przekroju czynnego na produkcję grawitonu ze sprzężeniem c . Otrzymane wartości poszczególnych współczynników zebrane zostały w Tabeli 9. W przypadku sygnału wykorzystano w dopasowaniu tylko przypadki o najgorszym stosunku sygnału do szumu, aby uzyskać jak najlepszą dokładność w obszarze na granicy czułości.

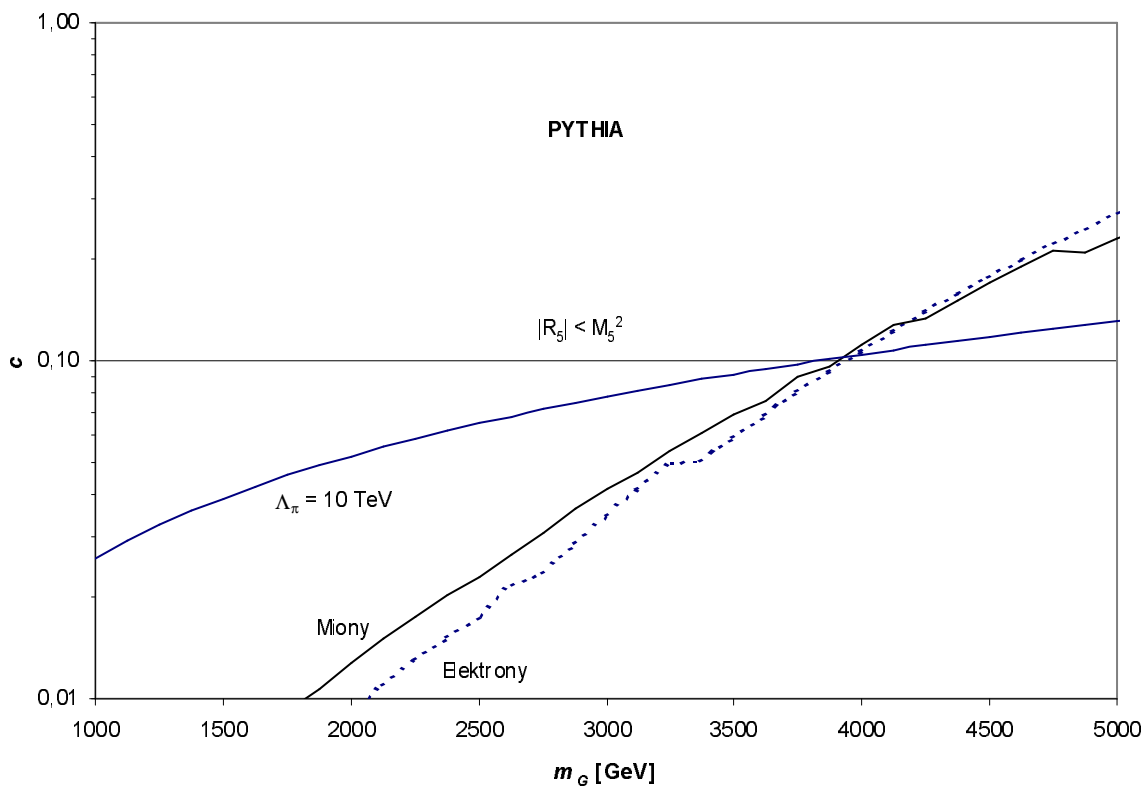
	PYTHIA		HERWIG		
	Sygnał	Elektrony	Miony	Elektrony	Miony
F		129,1	79,7	130,1	86,2
G		0,36	0,15	0,34	0,09
H		$3,04 \times 10^{-7}$	$3,27 \times 10^{-7}$	$3,14 \times 10^{-7}$	$3,12 \times 10^{-7}$
I		-0,0046	-0,0047	-0,0047	-0,0047
J		14,57	15,59	15,57	16,05
χ^2 / NDF		2,30 / 3	3,08 / 3	2,91 / 3	3,17 / 3
Tło					
A		1,42	0,49	1,43	0,50
B		102,9	187,8	103,2	187,1
C		$2,54 \times 10^{-7}$	$2,46 \times 10^{-7}$	$3,09 \times 10^{-7}$	$2,49 \times 10^{-7}$
D		-0,0038	-0,0033	-0,0041	-0,0033
E		12,18	10,99	12,49	11,08
χ^2 / NDF		1,95 / 14	1,29 / 14	2,77 / 14	1,96 / 14

Tabela 9: Parametry funkcji opisujących liczby przypadków sygnału i tła

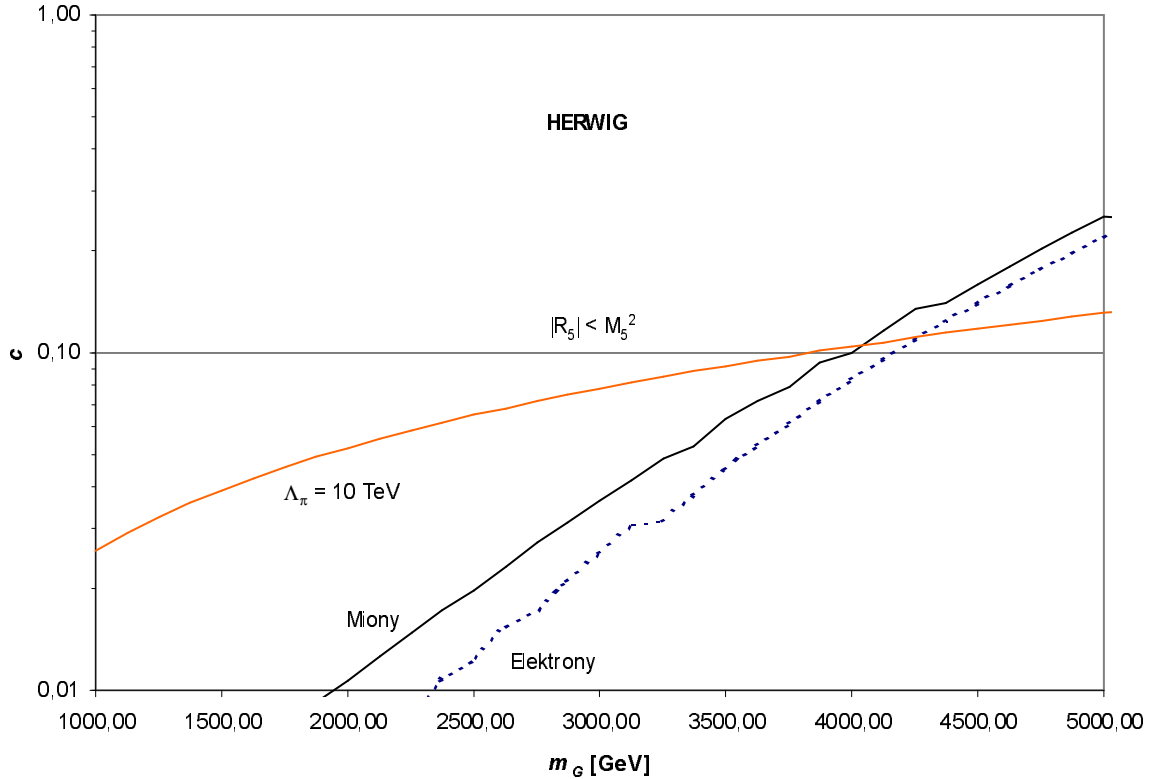
6. Wyniki

6.1. Zakres parametrów dostępny w eksperymencie CMS

Korzystając z opisanego w poprzednim rozdziale dopasowania, oraz ze wzoru (14), otrzymano kontury obszaru wykluczenia modelu Randall-Sundrum na poziomie ufności 95%, pokazane na Rys. 21 dla danych z Pythii i Rys. 22 dla danych z Herwiga. Jak widać, jest szansa na zbadanie w eksperymencie CMS całego zakresu wyznaczonego przez ograniczenia $c < 0,1$ i $\Lambda_\pi < 10$ TeV. Wyniki otrzymane na podstawie symulacji w Herwigu są nieco bardziej optymistyczne, niż dla programu Pythia. Kontur odpowiadający Herwigowi sięga o ~ 100 - 200 GeV dalej dla dużych mas, co jest konsekwencją lepszej statystyki przypadków w danych pochodzących z tego generatora.



Rysunek 21: 95% ograniczenia parametrów modelu RS w eksperymencie CMS, na podstawie generatora Pythia.



Rysunek 22: 95% ograniczenia parametrów modelu RS w eksperymencie CMS, na podstawie danych z generatora Herwig.

Dla wartości masy grawitonu poniżej 4 TeV, czułość jest większa dla elektronów. Jest to wynik mniejszego niż dla mionów rozmycia pędów, wprowadzanego przez detektor. Obserwowany rezonans jest węższy, przez co tło jest w tym kanale dużo mniejsze. Dla dużych mas tło staje się bardzo małe, i różnica w rozmiarach okna w masie przestaje grać rolę. W przypadku danych z Pythii, czułość w obszarze dużych mas jest większa dla mionów. Wynika to z większej liczebności mionów sygnału dla danych z tego generatora.

Widoczne na wykresie “schodki” na krzywych biorą się z zaokrąglenia w górę do liczby całkowitej górnej granicy sumowania we wzorze (14) np. dla elektronów z Pythii przy $m_G = 3250$ GeV oczekiwana liczba przypadków tła $N_B = 0,19$, a $N_B + 2\sqrt{N_B} = 1,06$, co po zaokrągleniu w górę daje wartość 2, natomiast dla $m_G = 3375$ GeV górna granica sumowania to $N_B + 2\sqrt{N_B} = 0,92$, czyli w zaokrągleniu 1. Dla większych mas sumowanie przebiega od 0 do 1, i krzywa jest gładka.

6.2. Podsumowanie

Przedstawiona w niniejszej pracy analiza pokazuje, że eksperyment CMS, po roku pracy akceleratora LHC przy maksymalnej świetlności, powinien potwierdzić lub wykluczyć poprawność modelu Randall-Sundrum.

6.3. Perspektywy na przyszłość

Wyciąganie wniosków o geometrii czasoprzestrzeni w wyższych wymiarach na podstawie samego pojawienia się ciężkiego rezonansu w masie niezmienniczej par leptonów byłoby zbyt pochopne. Aby odróżnić grawiton Kaluzy-Kleina od innych egzotycznych ciężkich cząstek, np. bozonów przenoszących nowe oddziaływania, konieczne jest skorzystanie z właściwości odróżniającej grawitony od wszystkich pozostałych cząstek - spinu 2. Cząstki o spinie 2 można, przy odpowiednio dużej statystyce, odróżnić od innych badając rozkłady kątowe produktów rozpadu. Możliwości przeprowadzenia takiej analizy w eksperymencie ATLAS przy akceleratorze LHC, zostały przedstawione w pracy [27]. Autorzy przewidują dla sprzężenia $c = 0,01$ odróżnienie spinu 2 od spinu 1 na poziomie 90% dla grawitonów o masach do 1440 GeV. Przewidywany zasięg możliwości obserwacji grawitonu w kanale $pp \rightarrow G_{KK} \rightarrow e^+e^-$ to 1830 GeV, czyli ~ 200 GeV niżej, niż w niniejszej pracy.

Kolejnym interesującym zagadnieniem jest produkcja kolejnych rezonansów $G^{(n)}$. Charakterystyczną cechą niefaktoryzowalnej geometrii jest nierównomierne rozmieszczenie ich mas, opisane wzorem (6). Jeśli masa pierwszego grawitonu jest dostatecznie mała, można szukać kolejnych modów, a nawet rozpadu $G^{(3)} \rightarrow G^{(1)}G^{(1)}$.

W miarę zbliżania się daty uruchomienia LHC w 2006 roku, rośnie nadzieja, że odpowie on na coraz więcej, coraz bardziej fundamentalnych pytań. Pomysł ADD uczynił pierwszy wyłom - akcelerator miał służyć głównie do badania mechanizmów łamania symetrii elektroślabej, i szukania przejawów supersymetrii. Teraz może stać się również narzędziem do badania struktury wyższych wymiarów czasoprzestrzeni, kwantowej grawitacji, a nawet teorii superstrun - kandydatki na poszukiwaną od dawna "teorię wszystkiego". Wciąż powstają nowe modele, o coraz bardziej egzotycznych przewidywaniach. Z samych tylko rozszerzeń oryginalnego modelu Randall-Sundrum, wymienić można radion, czyli cząstkę odpowiedzialną za stabilizację odległości między dwoma 3-branami [28], modele uwzględniające propagowanie się materii z MS w całej 5-wymiarowej przestrzeni [24], modele z nieskończonym piątym wymiarem [29], czy wreszcie modele z dodanym kolejnym, szóstym już wymiarem czasoprzestrzeni [30]. Czas pokaże, czy w LHC potwierdzona zostanie któraś z nowych teorii, czy może sprawdzi się jeden z czarnych scenariuszy: nie zostanie znaleziony Higgs, lub odkryta zostanie tylko standardowa cząstka Higgsa o masie ~ 120 GeV i nic poza tym.

Literatura

- [1] M. Kaku: *Hiperprzestrzeń*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1996
- [2] M. J. Duff: *Powrót Teorii Strun*, Świat Nauki, IV/1998
- [3] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali: *The Hierarchy Problem and New Dimensions at a Millimeter*, Phys. Lett. **B429**, 263 (1998), hep-ph/9803315
- [4] D. E. Krause, E. Fishbach: *Searching for Extra Dimensions and New String-Inspired Forces in the Casimir Regime*, Lect. Notes Phys. **562** (2001) 292, hep-ph/9912276
- [5] K. R. Dienes, E. Dudas, T. Gherghetta: *Grand Unification at Intermediate Mass Scales through Extra Dimensions*, Nucl. Phys. B **537** (1999) 47, hep-ph/9806292
- [6] I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali: *New Dimensions at a Millimeter to a Fermi and Superstrings at a TeV*, Phys. Lett. **B436** (1998) 257, hep-ph/9804398
- [7] L. Randall, R. Sundrum: *A Large Mass Hierarchy from a Small Extra Dimension*, Phys. Rev. Lett. **83**, 3370 (1999), hep-ph/9905221
- [8] H. Davoudiasl, J. L. Hewett, T. G. Rizzo: *Warped Phenomenology*, Phys. Rev. Lett. **84**, 2080 (2000), hep-ph/9909255
- [9] L3 Collab., M. Acciari *et al.*: *Search for Extra Dimensions in Boson and Fermion Pair Production in e^+e^- Interactions at LEP*, Phys. Lett. **B470**, 281 (1999), hep-ex/9910056
- [10] J. L. Hewett: *Indirect Collider Signals for Extra Dimensions*, Phys. Rev. Lett. **82**, 4765 (1999), hep-ph/9811356
- [11] A. K. Gupta, N. K. Mondal, S. Raychaudhuri: *Constraining Large Extra Dimensions Using Dilepton Data from the Tevatron Collider*, hep-ph/9904234
- [12] K. Hirata *et al.*, Phys. Rev. Lett. **58**, 1490 (1987)
- [13] R. M. Bionta *et al.*, Phys. Rev. Lett. **58**, 1494 (1987)
- [14] S. Cullen, M. Perelstein: *SN1987A Constraints on Large Compact Dimensions*, Phys. Rev. Lett. **83**, 268 (1999), hep-ph/9903422
- [15] S. Hannestad, G. G. Raffelt: *New Supernova Limit on Large Extra Dimensions*, hep-ph/0103201
- [16] C. D. Hoyle *et al.*: *Sub-millimeter tests of the gravitational inverse-square law: a search for "large" extra dimensions*, hep-ph/0011014
- [17] M. E. Peskin, T. Takeuchi, Phys. Rev. Lett. **65**, 964 (1990); Phys. Rev. **D46**, 381 (1992)
- [18] *The Large Hadron Collider - Conceptual Design*, CERN-AC 95-05, 1995
- [19] CMS Collaboration: *The Magnet Project*, CERN/LHCC 97-10; *The Hadron Calorimeter Project*, CERN/LHCC 97-31; *The Electromagnetic Calorimeter Project*, CERN/LHCC 97-32; *The Tracker Project*, CERN/LHCC 98-6
- [20] CMS Collaboration: *The Trigger and Data Acquisition Project*, CERN/LHCC 2000-038
- [21] CMS Collaboration: *The Muon Project Technical Design Report*, CERN/LHCC 97-32
- [22] T. Sjöstrand, Computer Physics Commun. **82** (1994) 74
- [23] G. Marchesini, B. R. Webber, G. Abbiendi, I. G. Knowles, M. H. Seymour, L. Stanco: *HERWIG: A Monte Carlo event generator for simulating hadron emission reactions with interfering gluons. Version 5.1 - April 1991*, Comput. Phys. Commun. **67**, (1992) 465; G. Corcella *et al.*, *HERWIG 6: an event generator for Hadron Emission Reactions With Interfering Gluons (including supersymmetric processes)*, hep-ph/0011363
- [24] H. Davoudiasl, J. L. Hewett, T. G. Rizzo: *Experimental Probes of Localized Gravity: On and Off the Wall*, hep-ph/0006041
- [25] S. Adbullin, A. Khanov, N. Stepanov: *CMSJET*, CMS-TN/94-180
- [26] G. Wrochna: *Muon Trigger of the CMS detector for LHC*, CMS NOTE 1997/096
- [27] B. C. Allanach, K. Odagiri, M. A. Parker, B. R. Webber: *Searching for Narrow Graviton Resonances with the ATLAS Detector at the Large Hadron Collider*, hep-ph/0006114
- [28] W. D. Goldberger, M. B. Wise: *Modulus Stabilization with Bulk Fields*, Phys. Rev. Lett. **83**, 4922 (1999), hep-ph/9907447
- [29] L. Randall, R. Sundrum: *An Alternative to Compactification*, Phys. Rev. Lett. **83**, 4690 (1999), hep-th/9906064
- [30] H. Collins, B. Holdom: *The Randall-Sundrum Scenario with an Extra Warped Dimension*, hep-ph/0103103